EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2019 - 2020
Matematică

Model

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $18\cdot 10-10:2$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Dacă $\frac{x}{4}=\frac{x+2}{8}$, atunci numărul x este egal cu $\dots$.

5p **3.** Cel mai mare număr impar din mulțimea $M=\left\{x\in\mathbb{Z}\,\middle|\,3\le x\le 8\right\}$ este egal cu $\dots$.

5p **4.** Punctul M este mijlocul laturii BC a triunghiului ABC. Dacă aria triunghiului ABC este egală cu $36\,\text{cm}^2$, atunci aria triunghiului ABM este egală cu $\dots\ \text{cm}^2$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu latura bazei de $3\,\text{cm}$. Aria totală a acestui cub este egală cu $\dots\ \text{cm}^2$.

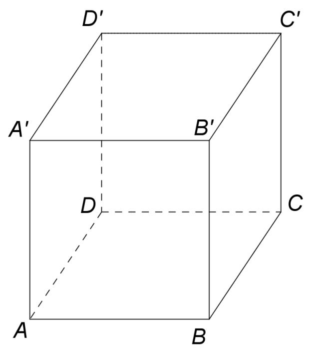


Figura 1

5p **6.** În tabelul următor sunt prezentate, pentru o pensiune, informații referitoare la numărul de camere și la numărul de paturi din fiecare tip de cameră.

Număr de camere	2	4	4	2
Număr de paturi în cameră	1	2	3	4

Conform tabelului, numărul total de paturi din această pensiune este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$.

5p **2.** Determinaţi numărul natural de două cifre care este de cinci ori mai mare decât suma cifrelor sale.

5p **3.** Un corp de mobilă este format din trei părți. Prima parte cântărește $5\,\text{kg}$, a doua parte cântărește cât prima parte și jumătate din a treia parte împreună, iar a treia parte cântărește cât prima și a doua parte împreună. Determinați cât cântărește în total corpul de mobilă.

4. Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+m$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-2x+m$, unde m este număr real nenul.

5p **a)** Pentru $m=-3$, reprezentaţi grafic funcţia f într-un sistem de coordonate xOy.

5p **b)** În sistemul de coordonate xOy se consideră A și B, punctele de intersecție a graficului funcţiei f, respectiv a graficului funcţiei g, cu axa Ox și C punctul de intersecție a graficului funcţiei f cu graficul funcţiei g. Determinați numerele reale nenule m, știind că aria triunghiului ABC este egală cu 15.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{x^2-x-2}{(x-2)^2}-\frac{4}{x^2-4}-\frac{x^2+2x+1}{x^2+3x+2}\right):\frac{x}{(x-2)(x+2)}$, unde x este număr real, $x\ne -2$, $x\ne -1$, $x\ne 0$ şi $x\ne 2$. Arătaţi că $E(x)=4$, pentru orice x număr real, $x\ne -2$, $x\ne -1$, $x\ne 0$ şi $x\ne 2$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

1. În *Figura 2* este reprezentat un cerc, de diametru $AB = 8\text{cm}$ și punctul T, situat pe cerc, diferit de punctele A și B. Punctul C este intersecția tangentei la cerc în punctul T cu tangenta la cerc în punctul A și punctul D este intersecția tangentei la cerc în punctul T cu tangenta la cerc în punctul B. Lungimea segmentului AC este de 2cm.

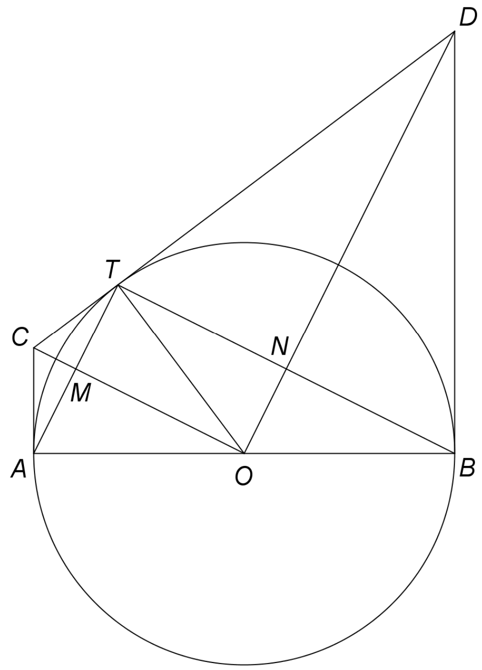


Figura 2

5p **a)** Arătați că lungimea cercului de diametru AB este egală cu $8\pi\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că triunghiul ABD este isoscel.

5p **c)** Dreptele AT și OC se intersectează în punctul M și dreptele BT și OD se intersectează în punctul N. Demonstrați că aria patrulaterului $MONT$ este egală cu $6,4\text{cm}^2$.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră regulată cu $VA = AB = 12\text{cm}$. Punctul M este situat pe muchia CV astfel încât suma $BM + DM$ are valoare minimă.

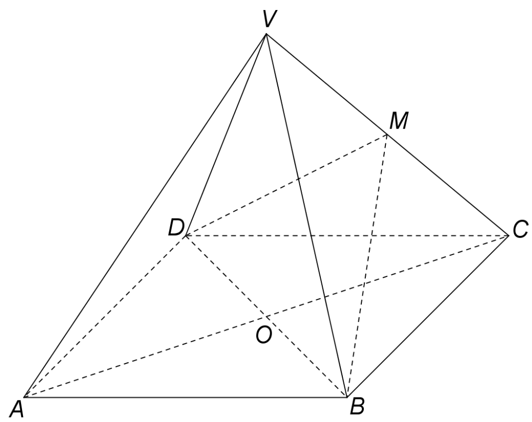


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria laterală a piramidei $VABCD$ este egală cu $144\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că dreapta VA este paralelă cu planul (BMD).

5p **c)** Demonstrați că distanța de la punctul A la planul (BMD) este egală cu 6cm.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2019 - 2020

Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	175	**5p**
2.	2	**5p**
3.	7	**5p**
4.	18	**5p**
5.	54	**5p**
6.	30	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic Notează paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$	**4p** **1p**
2.	$10a+b=5(a+b)\Leftrightarrow 5a=4b$, unde $\overline{ab}$ este numărul cerut Cum a și b sunt cifre și $a\neq 0$, obținem $a=4$ și $b=5$, deci numărul cerut este 45	**2p** **3p**
3.	$x=5+\frac{y}{2}$ și $y=5+x$, unde x este masa celei de-a doua părți și y este masa celei de-a treia părți $x=15\,\text{kg}$ și $y=20\,\text{kg}$, deci corpul de mobilă cântărește în total $5\,\text{kg}+15\,\text{kg}+20\,\text{kg}=40\,\text{kg}$	**2p** **3p**
4.	**a)** Reprezentarea unui punct care aparţine graficului funcţiei f Reprezentarea altui punct care aparţine graficului funcţiei f Trasarea graficului funcţiei f	**2p** **2p** **1p**
	b) $OA=\frac{\lvert m\rvert}{3}$, $OB=\frac{\lvert m\rvert}{2}$, $OC=\lvert m\rvert$ și $AB=AO+OB=\frac{5\lvert m\rvert}{6}$, deci aria triunghiului ABC este egală cu $\frac{5m^2}{12}$ $\frac{5m^2}{12}=15$, deci $m^2=36$, de unde obținem $m=-6$ sau $m=6$	**3p** **2p**
5.	$E(x)=\left(\frac{(x+1)(x-2)}{(x-2)^2}-\frac{4}{(x-2)(x+2)}-\frac{(x+1)^2}{(x+1)(x+2)}\right)\cdot\frac{(x-2)(x+2)}{x}=$ $=\left(\frac{x+1}{x-2}-\frac{4}{(x-2)(x+2)}-\frac{x+1}{x+2}\right)\cdot\frac{(x-2)(x+2)}{x}=\frac{x^2+3x+2-4-x^2+x+2}{(x-2)(x+2)}\cdot\frac{(x-2)(x+2)}{x}=$ $=\frac{4x}{x}=4$, pentru orice x număr real, $x\neq -2$, $x\neq -1$, $x\neq 0$ şi $x\neq 2$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Lungimea cercului de diametru AB este egală cu $2\pi R=$	**3p**
	$=2\cdot\frac{AB}{2}\pi=8\pi\,\text{cm}$	**2p**
	b) $TC=AC$ și $TD=BD$, deci $CD=BD+AC$	**2p**
	$CD^2=CE^2+DE^2$, unde $CE\perp BD$, $E\in BD$, deci $(BD+AC)^2=8^2+(BD-AC)^2$ și, cum $AC=2\,\text{cm}$, obținem $BD=8\,\text{cm}$, deci $AB=BD\Rightarrow\Delta ABD$ este isoscel	**3p**
	c) AB diametru, deci $m(\sphericalangle ATB)=90^\circ$	**1p**
	$AC=TC, OA=OT\Rightarrow OC\perp AT$ și $TD=BD$, $OB=OT\Rightarrow OD\perp BT$, deci patrulaterul $MONT$ este dreptunghi	**2p**
	ΔTCO dreptunghic, $TM\perp CO$, $TC=2\,\text{cm}$ și $OT=4\,\text{cm}\Rightarrow OM=\frac{8}{\sqrt5}\,\text{cm}$ și $TM=\frac{4}{\sqrt5}\,\text{cm}$, deci $\mathcal{A}_{MONT}=TM\cdot OM=\frac{32}{5}=6{,}4\,\text{cm}^2$	**2p**
2.	**a)** $\mathcal{A}_{\text{laterală}}=4\mathcal{A}_{\Delta VAB}=$	**2p**
	$=4\cdot\frac{12\cdot6\sqrt3}{2}=144\sqrt3\,\text{cm}^2$	**3p**
	b) $\Delta BCM\equiv\Delta DCM\Rightarrow BM=DM$, deci valoarea minimă a expresiei $BM+DM$ se obține dacă BM este minim și, cum ΔVBC este echilateral, obținem $BM\perp CV$, deci punctul M este mijlocul lui CV	**2p**
	OM este linie mijlocie în $\Delta ACV\Rightarrow OM\parallel VA$ și, cum $OM\subset(BMD)$, obținem $VA\parallel(BMD)$	**3p**
	c) $CV\perp BM$, $CV\perp DM$ și $BM\cap DM=\{M\}\Rightarrow CV\perp(BMD)$	**2p**
	$VA\parallel(BMD)\Rightarrow d(A,(BMD))=d(V,(BMD))=VM=6\,\text{cm}$	**3p**

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 1

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $6+4\cdot 10$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Numărul care reprezintă 25% din 100 este egal cu $\dots$.

5p **3.** Suma numerelor întregi din intervalul $I=(-2,2]$ este egală cu $\dots$.

5p **4.** Dreptunghiul $ABCD$ are $AB=8\text{cm}$ și $BC=5\text{cm}$. Aria acestui dreptunghi este egală cu $\dots$ cm^2.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul determinat de dreptele AD și CC' are măsura de $\dots^\circ$.

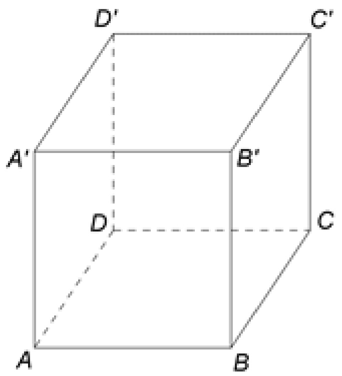


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este dată o dependenţă funcţională.

x	-2	0	2
$y=2x+3$	-1	3	m

Conform informațiilor din tabel, numărul real m este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă $ABCDEF$ cu baza triunghiul echilateral ABC.

5p **2.** Se consideră numerele $a=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right):\frac{1}{2}$ și $b=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)$. Arătați că numărul a este de 16 ori mai mare decât numărul b.

5p **3.** După o reducere cu 30%, prețul unui obiect devine 63 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de reducere.

4. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$.

5p **a)** Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy.

5p **b)** Determinați numărul real m, știind că punctul $A(m,2m)$ aparține graficului funcției f.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=\frac{x}{x^2+x}-\left(\frac{x}{x-1}-\frac{x}{x+1}\right):\frac{2x}{x-1}$, unde x este număr real, $x\neq -1$, $x\neq 0$ și $x\neq 1$. Arătați că $E(x)=0$, pentru orice x număr real, $x\neq -1$, $x\neq 0$ și $x\neq 1$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AD \perp AB$ și $AB \parallel CD$. Semidreapta $(BD$ este bisectoarea unghiului ABC, $AB = 16\,\text{cm}$ și $CD = 10\,\text{cm}$.

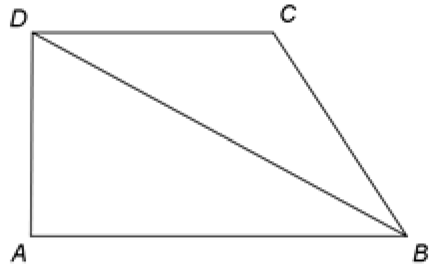


Figura 2

5p **a)** Arătați că lungimea liniei mijlocii a trapezului $ABCD$ este egală cu $13\,\text{cm}$.

5p **b)** Arătați că $BC = 10\,\text{cm}$.

5p **c)** Știind că P este punctul de intersecție a laturii AB cu perpendiculara din C pe dreapta BD, demonstrați că $DP \parallel BC$.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu $VA = AB = 10\,\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD.

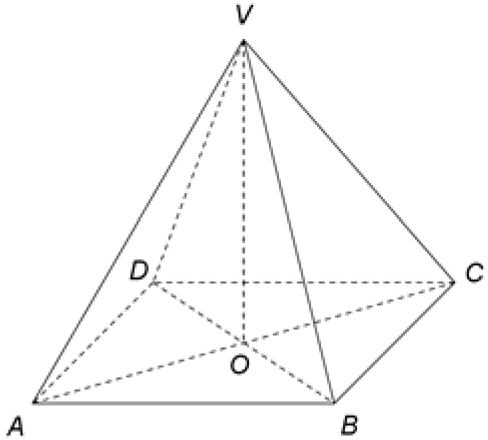


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria bazei piramidei $VABCD$ este egală cu $100\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că înălțimea piramidei este de $5\sqrt{2}\,\text{cm}$.

5p **c)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta VA și planul (VBD).

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 1

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	46	**5p**
2.	25	**5p**
3.	2	**5p**
4.	40	**5p**
5.	90	**5p**
6.	7	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează prisma dreaptă cu baza triunghi echilateral Notează prisma dreaptă $ABCDEF$ cu baza triunghiul echilateral ABC	**4p** **1p**
2.	$a=\frac{5+3}{15}:\frac{1}{2}=\frac{8}{15}\cdot 2=\frac{16}{15}$	**2p**
	$b=\frac{1}{2}\cdot\frac{5-3}{15}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{15}=\frac{1}{15}$ și, cum $a=16b$, obținem că a este de 16 ori mai mare decât b	**3p**
3.	$x-30\%\cdot x=63$, unde x este prețul obiectului înainte de reducere $x=90$ de lei	**3p** **2p**
4.	**a)** Reprezentarea unui punct care aparţine graficului funcţiei f Reprezentarea altui punct care aparţine graficului funcţiei f Trasarea graficului funcţiei f	**2p** **2p** **1p**
	b) $f(m)=2m\Rightarrow m-3=2m$ $m=-3$	**3p** **2p**
5.	$\frac{x}{x^2+x}=\frac{x}{x(x+1)}=\frac{1}{x+1}$, $\frac{x}{x-1}-\frac{x}{x+1}=\frac{x(x+1)-x(x-1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{2x}{(x-1)(x+1)}$	**3p**
	$E(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{2x}{(x-1)(x+1)}\cdot\frac{x-1}{2x}=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+1}=0$, pentru orice x număr real, $x\neq -1$, $x\neq 0$ și $x\neq 1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Lungimea liniei mijlocii a trapezului $ABCD$ este egală cu $\frac{AB+CD}{2}=\frac{16+10}{2}=$	**3p**
	$=\frac{26}{2}=13\text{cm}$	**2p**
	b) $(BD$ este bisectoarea unghiului $ABC\Rightarrow\sphericalangle CBD\equiv\sphericalangle ABD$ $AB\parallel CD\Rightarrow\sphericalangle ABD\equiv\sphericalangle CDB$, deci $\sphericalangle CBD\equiv\sphericalangle CDB\Rightarrow\Delta BCD$ isoscel, de unde $BC=10\text{cm}$	**2p** **3p**
	c) $(BD$ este bisectoare în ΔBCP și $BD\perp CP$, deci ΔBCP este isoscel, adică $BC=BP$, de unde obținem $BP=CD$ Cum $BP\parallel CD$, obținem că $BCDP$ este paralelogram, deci $DP\parallel BC$	**3p** **2p**

2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$	**3p**
	$= 10^2 = 100\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) AC este diagonală în pătratul $ABCD$, deci $AC = 10\sqrt{2}\,\text{cm}$, de unde obținem $OA = 5\sqrt{2}\,\text{cm}$	**2p**
	$VO \perp (ABC)$, $AO \subset (ABC)$, deci $VO \perp AO \Rightarrow VO^2 + OA^2 = VA^2 \Rightarrow VO = \sqrt{100-50} = 5\sqrt{2}\,\text{cm}$	**3p**
	c) $AO \perp BD$, $AO \perp VO$ și $BD \cap VO = \{O\}$, deci $AO \perp (VBD) \Rightarrow m(\sphericalangle(VA,(VBD))) =$ $= m(\sphericalangle(VA,VO)) = m(\sphericalangle AVO)$	**3p**
	ΔVOA este dreptunghic isoscel, deci măsura unghiului dintre dreapta VA și planul (VBD) este de $45°$	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 2

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $40-20:5$ este egal cu … .

5p **2.** Dacă $\frac{x}{4}=3$, atunci numărul x este egal cu … .

5p **3.** Cel mai mare număr par din mulțimea $M=\{2,3,4,5,6,7,8,9\}$ este … .

5p **4.** Dreptunghiul $ABCD$ are $AB=8\,\text{cm}$ și $BC=6\,\text{cm}$. Lungimea diagonalei AC este egală cu … cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul determinat de dreptele AC și $D'C$ are măsura de …°.

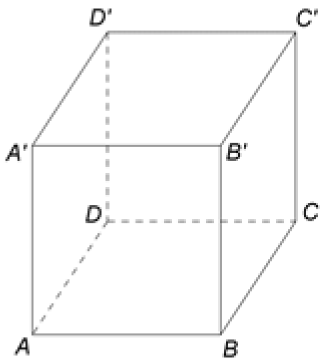
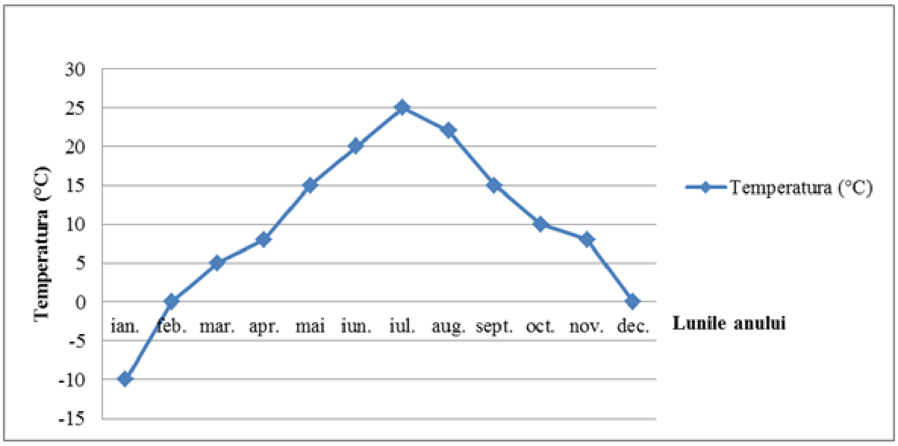


Figura 1

5p **6.** În diagrama de mai jos sunt prezentate temperaturile medii înregistrate la o stație meteo, pentru fiecare dintre lunile unui an.



Conform informațiilor din diagramă, diferența dintre cea mai mare temperatură și cea mai mică temperatură înregistrate în lunile din acel an este egală cu …°C .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată, cu vârful V şi baza triunghiul ABC.

5p **2.** Arătați că media aritmetică a numerelor $x=\frac{\sqrt{2}}{5}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{2}{3\sqrt{2}}\right)$ și $y=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{2}{3\sqrt{2}}\right):\frac{1}{5\sqrt{2}}$ este egală cu 1.

5p **3.** Irina cheltuieşte o sumă de bani în două zile. În prima zi cheltuieşte $\frac{3}{7}$ din sumă, iar în a doua zi restul de 36 de lei. Determinaţi suma totală cheltuită de Irina în cele două zile.

4. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+3$.

5p **a)** Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy.

5p **b)** În sistemul de coordonate xOy, determinați coordonatele punctului care aparține graficului funcției f, știind că punctul are abscisa de două ori mai mare decât ordonata.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}-\frac{1}{(x-2)(x+2)}\right):\left(\frac{x^2-1}{x^2-4}-1\right)$, unde x este număr real, $x\neq-2$ şi $x\neq2$. Arătați că $E(x)=1$, pentru orice x număr real, $x\neq-2$ şi $x\neq2$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. *Figura 2* este schiţa unui teren agricol în formă de dreptunghi $ABCD$ cu $AB=600\,\text{m}$ şi $AD=400\,\text{m}$. Punctul E este mijlocul laturii AB, punctul F este mijlocul laturii CD și punctul M este mijlocul segmentului CE.

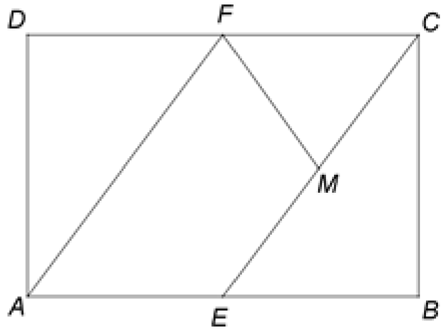


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul dreptunghiului $ABCD$ este egal cu $2\,000\,\text{m}$.

5p **b)** Demonstrați că punctele B, M și F sunt coliniare.

5p **c)** Arătați că aria patrulaterului $AEMF$ este de trei ori mai mare decât aria triunghiului CFM.

2. În *Figura 3* este reprezentată o prismă dreaptă $ABCDA'B'C'D'$ cu baza pătratul $ABCD$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD, $AB=8\,\text{cm}$ și $AA'=8\sqrt{2}\,\text{cm}$.

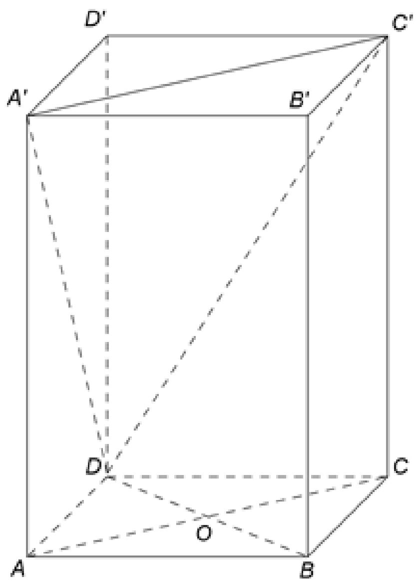


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria bazei $ABCD$ este egală cu $64\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că dreptele $A'C$ și AC' sunt perpendiculare.

5p **c)** Demonstrați că dreapta OB' este paralelă cu planul $(A'C'D)$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 2

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	36	**5p**
2.	12	**5p**
3.	8	**5p**
4.	10	**5p**
5.	60	**5p**
6.	35	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida triunghiulară regulată	**4p**
	Notează piramida triunghiulară regulată, cu vârful V şi baza triunghiul ABC	**1p**
2.	$x=\frac{\sqrt{2}}{5}\cdot\frac{3+2}{3\sqrt{2}}=\frac{1}{3}$	**2p**
	$y=\frac{3-2}{3\sqrt{2}}\cdot\frac{5\sqrt{2}}{1}=\frac{5}{3}\Rightarrow m_a=\frac{\frac{1}{3}+\frac{5}{3}}{2}=\frac{2}{2}=1$	**3p**
3.	$\frac{3}{7}\cdot x+36=x$, unde x este suma totală cheltuită de Irina în cele două zile	**2p**
	$x=63$ de lei	**3p**
4.	**a)** Reprezentarea unui punct care aparţine graficului funcţiei f	**2p**
	Reprezentarea altui punct care aparţine graficului funcţiei f	**2p**
	Trasarea graficului funcţiei f	**1p**
	b) $A(2a,a)$ este situat pe graficul funcţiei f, deci $f(2a)=a$, de unde obţinem $4a+3=a$	**3p**
	$a=-1$, deci coordonatele punctului sunt $x=-2$ şi $y=-1$	**2p**
5.	$\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}-\frac{1}{(x-2)(x+2)}=\frac{x+2-(x-2)-1}{(x-2)(x+2)}=\frac{3}{(x-2)(x+2)}$	**3p**
	$\frac{x^2-1}{x^2-4}-1=\frac{x^2-1-x^2+4}{(x-2)(x+2)}=\frac{3}{(x-2)(x+2)}$, deci $E(x)=\frac{3}{(x-2)(x+2)}\cdot\frac{(x-2)(x+2)}{3}=1$, pentru orice x număr real, $x\neq-2$ şi $x\neq2$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $P_{ABCD}=2(AB+AD)=$	**3p**
	$=2(600+400)=2000$ m	**2p**
	b) $BE\parallel CF$ şi $BE=CF$, deci $BCFE$ este paralelogram	**2p**
	Punctul M este mijlocul segmentului CE, deci M este punctul de intersecţie a diagonalelor paralelogramului $BCFE$, de unde obţinem că punctele B, M şi F sunt coliniare	**3p**

	c) $AECF$ este paralelogram, deci $\mathcal{A}_{\Delta AEF}=\mathcal{A}_{\Delta CFE}$	**1p**
	Punctul M este mijlocul segmentului CE, deci $\mathcal{A}_{\Delta EMF}=\mathcal{A}_{\Delta CFM}=\frac{1}{2}\mathcal{A}_{\Delta CFE}$	**2p**
	$\mathcal{A}_{AEMF}=\mathcal{A}_{\Delta AEF}+\mathcal{A}_{\Delta EMF}=2\mathcal{A}_{\Delta CFM}+\mathcal{A}_{\Delta CFM}$, deci $\mathcal{A}_{AEMF}=3\mathcal{A}_{\Delta CFM}$	**2p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD}=AB^2=$	**3p**
	$=8^2=64\text{cm}^2$	**2p**
	b) $AC=8\sqrt{2}\text{ cm}$	**2p**
	$AC=AA'$ şi $ACC'A'$ este dreptunghi, deci $ACC'A'$ este pătrat, de unde $A'C\perp AC'$	**3p**
	c) $B'O'=DO$ şi $B'O'\parallel DO$ unde $\{O'\}=A'C'\cap B'D'$, deci $DOB'O'$ este paralelogram	**3p**
	$OB'\parallel DO'$ şi $DO'\subset(A'C'D)$, deci $OB'\parallel(A'C'D)$	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 3

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $15-15:5$ este egal cu $\ldots$.

5p **2.** Numărul care reprezintă 50% din 1000 este egal cu $\ldots$.

5p **3.** Produsul numerelor întregi din intervalul $[-3,3)$ este egal cu $\ldots$.

5p **4.** Pătratul $ABCD$ are perimetrul de 8cm. Latura acestui pătrat este de $\ldots\text{cm}$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o prismă dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghi echilateral. Unghiul determinat de dreptele $A'B'$ şi BC are măsura de $\ldots°$.

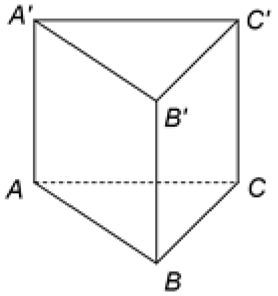
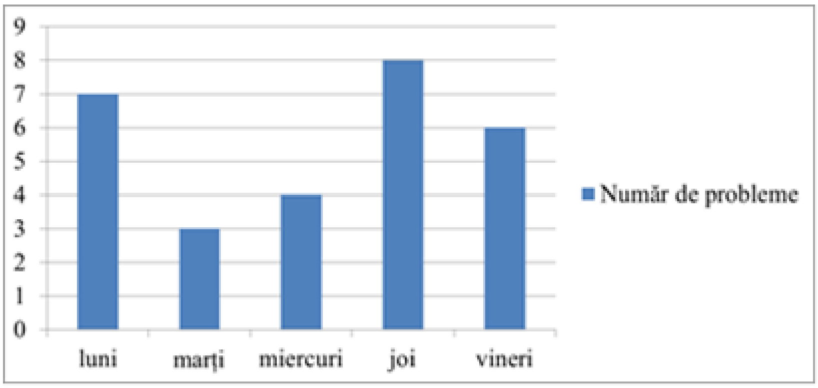


Figura 1

5p **6.** În diagrama de mai jos este prezentat numărul de probleme de matematică rezolvate de un elev în cinci zile dintr-o săptămână.



Conform informațiilor din diagramă, numărul de probleme rezolvate joi, de acest elev, este mai mare decât numărul de probleme rezolvate marți cu $\ldots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată, cu vârful V și baza triunghiul ABC.

5p **2.** Se consideră numerele reale $a=\sqrt{2}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\sqrt{2}\right)+2$ și $b=\sqrt{3}\cdot\left(\frac{4}{\sqrt{3}}-\sqrt{3}\right)+4$. Arătați că $a=b$.

5p **3.** Determinați trei numere naturale, știind că acestea sunt direct proporționale cu numerele 3, 5, respectiv 7 și că suma dintre cel mai mic și cel mai mare dintre ele este egală cu 320.

4. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$.

5p **a)** Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy.

5p **b)** Arătați că numărul $N=f(0)+f(1)+\ldots+f(10)$ este pătratul unui număr natural.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=\frac{x}{x^2+3x}-\left(\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x+3}\right):\frac{6}{x-3}$, unde x este număr real, $x\neq -3$, $x\neq 0$ și $x\neq 3$. Arătați că $E(x)=0$, pentru orice x număr real, $x\neq -3$, $x\neq 0$ și $x\neq 3$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB=18$ cm, $CD=12$ cm și $m(\sphericalangle ABC)=60^\circ$. Punctul E este situat pe latura AB, astfel încât $CE\perp AB$.

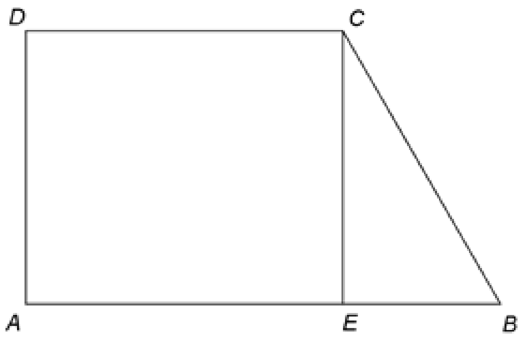


Figura 2

5p **a)** Arătați că $BE=6\text{cm}$.

5p **b)** Calculați aria trapezului $ABCD$.

5p **c)** Știind că punctul F este mijlocul segmentului AE, demonstrați că dreptele CF și BD sunt perpendiculare.

2. În *Figura 3* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=10\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD, iar punctul M este intersecția dreptelor $B'C$ și BC'.

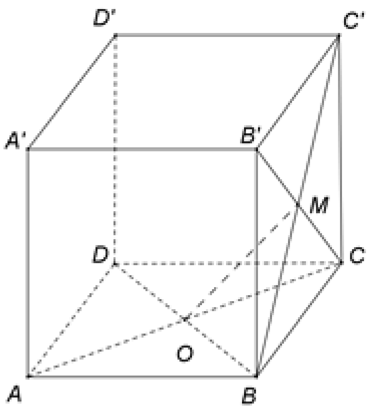


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 100cm^2.

5p **b)** Determinați distanța de la punctul D' la dreapta AB.

5p **c)** Demonstrați că dreapta OM este paralelă cu planul $(C'DA')$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 3

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	12	**5p**
2.	500	**5p**
3.	0	**5p**
4.	2	**5p**
5.	60	**5p**
6.	5	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida triunghiulară regulată Notează piramida triunghiulară regulată, cu vârful V şi baza triunghiul ABC	**4p** **1p**
2.	$a=\sqrt{2}\cdot\frac{1+2}{\sqrt{2}}+2=3+2=5$ $b=\sqrt{3}\cdot\frac{4-3}{\sqrt{3}}+4=1+4=5$, deci $a=b$	**2p** **3p**
3.	$\frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{7}$ şi $x+z=320$, unde x, y şi z sunt cele trei numere $\frac{x}{3}=\frac{z}{7}=\frac{320}{10}=32\Rightarrow x=96$, $y=160$, $z=224$	**2p** **3p**
4.	**a)** Reprezentarea unui punct care aparţine graficului funcţiei f Reprezentarea altui punct care aparţine graficului funcţiei f Trasarea graficului funcţiei f	**2p** **2p** **1p**
	b) $N=(2\cdot0+1)+(2\cdot1+1)+\ldots+(2\cdot10+1)=2\cdot(0+1+\ldots+10)+11=$ $=10\cdot11+11=11^2$	**2p** **3p**
5.	$\frac{x}{x^2+3x}=\frac{x}{x(x+3)}=\frac{1}{x+3}$, $\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x+3}=\frac{x+3-(x-3)}{(x-3)(x+3)}=\frac{6}{(x-3)(x+3)}$	**3p**
	$E(x)=\frac{1}{x+3}-\frac{6}{(x-3)(x+3)}\cdot\frac{x-3}{6}=\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+3}=0$, pentru orice x număr real, $x\neq-3$, $x\neq0$ şi $x\neq3$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $AECD$ este dreptunghi, deci $AE=12$ cm $BE=AB-AE=6$ cm	**3p** **2p**
	b) $m(\sphericalangle ECB)=90^\circ-60^\circ=30^\circ$, deci $BC=2BE=12$ cm şi $CE=6\sqrt{3}$ cm $\mathcal{A}_{ABCD}=\frac{(AB+CD)\cdot CE}{2}=90\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**3p** **2p**

	c) F este mijlocul segmentului AE, deci $FE = 6$ cm, de unde obținem $FB = 12$ cm	**2p**
	$FBCD$ este romb și, cum CF și BD sunt diagonale, obținem $CF \perp BD$	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$	**3p**
	$= 10^2 = 100\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) $AB \perp AD$, $AB \perp AA'$ și $AD \cap AA' = \{A\}$, deci $AB \perp (ADA')$ și, cum $D'A \subset (ADA')$, obținem că $D'A \perp AB$, deci distanța de la punctul D' la dreapta AB este $D'A$	**3p**
	$ADD'A'$ este pătrat cu $AD = 10\,\text{cm}$, deci $D'A = 10\sqrt{2}\,\text{cm}$	**2p**
	c) O este mijlocul segmentului BD și M este mijlocul segmentului BC', deci OM este linie mijlocie în $\Delta BDC'$	**2p**
	$OM \parallel C'D$, $C'D \subset (C'DA')$, deci $OM \parallel (C'DA')$	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 4

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $90-90:10$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Opt kilograme de cartofi costă 16 lei. Patru kilograme de cartofi de același fel costă $\dots$ lei.

5p **3.** Cel mai mare număr natural divizibil cu 3 din mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ este $\dots$.

5p **4.** Perimetrul paralelogramului $ABCD$ este de 24cm. Dacă $AB=8\text{cm}$, atunci lungimea laturii AD este egală cu $\dots\text{cm}$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$. Unghiul determinat de dreptele AC și BD are măsura de $\dots^\circ$.

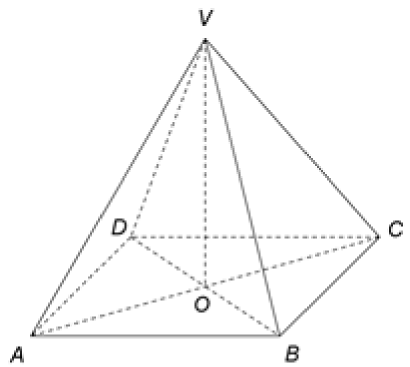


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este prezentată situația statistică a notelor obţinute de elevii unei clase a VIII-a la teza de matematică pe semestrul I.

Nota la teză	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Număr de elevi	0	0	0	2	4	5	6	5	4	4

Conform tabelului, în semestrul I, media notelor obținute de elevii clasei a VIII-a la teza de matematică este egală cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un cub $ABCDA'B'C'D'$.

5p **2.** Arătați că media aritmetică a numerelor $x=\left(\frac{8}{\sqrt{18}}+\frac{6}{\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{\sqrt{2}}{13}$ și $y=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{5}{\sqrt{147}}\right):\frac{\sqrt{3}}{14}$ este egală cu 1.

5p **3.** La o florărie, vânzătoarea observă că, dacă grupează toate florile câte 15 și toate florile câte 21, îi rămâne de fiecare dată câte o floare. Determinaţi câte flori sunt în florărie, știind că numărul lor este cuprins între 550 și 710.

4. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+9$.

5p **a)** Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy.

5p **b)** În sistemul de coordonate xOy, determinați abscisa punctului care aparține graficului funcției f, știind că punctul are ordonata egală cu 3.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=\frac{1}{x-1}-\left(\frac{x+1}{x-1}+\frac{x-1}{x+1}-2\right):\frac{4}{x+1}$, unde x este număr real, $x\neq-1$ şi $x\neq1$. Arătați că $E(x)=0$, pentru orice x număr real, $x\neq-1$ şi $x\neq1$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* sunt reprezentate un pătrat $ABCD$ și un triunghi dreptunghic isoscel AEB cu $m(\sphericalangle AEB)=90^\circ$ şi $AE=4\sqrt{2}$ cm. Punctul F este simetricul punctului C faţă de punctul D.

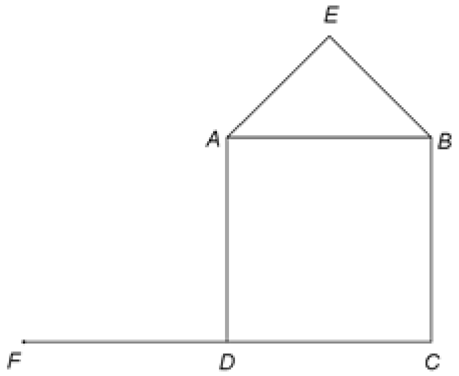


Figura 2

5p **a)** Arătaţi că $AB=8$ cm.
5p **b)** Demonstrați că punctele E, A şi F sunt coliniare.
5p **c)** Arătaţi că, dacă P este punctul de intersecţie a dreptelor AC şi DE, atunci P este mijlocul segmentului DE.

2. În *Figura 3* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=20\,\text{cm}$, $AD=10\,\text{cm}$ și $AA'=10\,\text{cm}$. Punctele M, N, P, Q sunt mijloacele segmentelor AB, DC, $D'C'$ și, respectiv, $A'B'$.

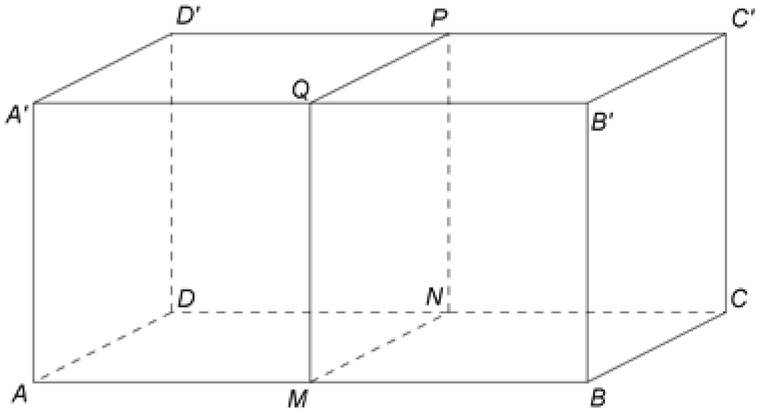


Figura 3

5p **a)** Arătaţi că volumul paralelipipedului dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ este egal cu $2000\,\text{cm}^3$.
5p **b)** Determinați lungimea segmentului AC'.
5p **c)** Demonstrați că unghiul dintre planele (AMQ) și (ANP) are măsura de 45°.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 4

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	81	**5p**
2.	8	**5p**
3.	6	**5p**
4.	4	**5p**
5.	90	**5p**
6.	$7{,}2$	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează cubul	**4p**
	Notează cubul $ABCDA'B'C'D'$	**1p**
2.	$x=\left(\frac{8}{3\sqrt{2}}+\frac{6}{\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{\sqrt{2}}{13}=\frac{26}{3\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{13}=\frac{2}{3}$	**2p**
	$y=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{5}{7\sqrt{3}}\right)\cdot\frac{14}{\sqrt{3}}=\frac{2}{7\sqrt{3}}\cdot\frac{14}{\sqrt{3}}=\frac{4}{3}\Rightarrow m_a=\frac{\frac{2}{3}+\frac{4}{3}}{2}=1$	**3p**
3.	Numerele 15 și 21 sunt divizori ai numărului $n-1$, unde n este numărul de flori și $c.m.m.m.c.\{15,21\}=105$, deci $n-1$ este divizibil cu 105	**3p**
	Cum n este cuprins între 550 și 710, obținem $n=105\cdot 6+1=631$ de flori	**2p**
4.	**a)** Reprezentarea unui punct care aparţine graficului funcţiei f	**2p**
	Reprezentarea altui punct care aparţine graficului funcţiei f	**2p**
	Trasarea graficului funcţiei f	**1p**
	b) $A(a,3)$ aparține graficului funcției f, deci $f(a)=3$, de unde obținem $3a+9=3$	**3p**
	$a=-2$	**2p**
5.	$\frac{x+1}{x-1}+\frac{x-1}{x+1}-2=\frac{(x+1)^2+(x-1)^2-2(x^2-1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{4}{(x-1)(x+1)}$	**3p**
	$E(x)=\frac{1}{x-1}-\frac{4}{(x-1)(x+1)}\cdot\frac{x+1}{4}=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x-1}=0$, pentru orice x număr real, $x\neq-1$ și $x\neq 1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $AB^2=AE^2+EB^2=$	**3p**
	$=32+32=64\Rightarrow AB=8$ cm	**2p**

	b) ΔAEB este dreptunghic isoscel, deci $m(\sphericalangle BAE)=45°$	**1p**
	Cum $FD=DC$ și $DC=AD$, ΔAFD este dreptunghic isoscel, deci $m(\sphericalangle FAD)=45°$	**2p**
	$m(\sphericalangle FAE)=m(\sphericalangle FAD)+m(\sphericalangle DAB)+m(\sphericalangle BAE)=45°+90°+45°=180°$, deci punctele E, A și F sunt coliniare	**2p**
	c) $m(\sphericalangle ABD)=45°\Rightarrow\sphericalangle ABD\equiv\sphericalangle EAB$, deci $AE\parallel BD$ și, cum $DO=\frac{BD}{2}=4\sqrt{2}\,\text{cm}$, unde $\{O\}=AC\cap BD\Rightarrow DO=AE$, obținem $ADOE$ este paralelogram	**3p**
	$\{P\}=DE\cap AO$ și DE, AO sunt diagonale în paralelogram, deci P este mijlocul segmentului DE	**2p**
2.	**a)** $V_{\text{paralelipiped}}=AB\cdot AD\cdot AA'=$	**3p**
	$=20\cdot 10\cdot 10=2\,000\,\text{cm}^3$	**2p**
	b) $CC'\perp(ABC)$ și $AC\subset(ABC)$, deci $CC'\perp AC$	**2p**
	$AC=10\sqrt{5}\,\text{cm}$ și $CC'=10\,\text{cm}$, deci $AC'=\sqrt{AC^2+CC'^2}=10\sqrt{6}\,\text{cm}$	**3p**
	c) $(AMQ)\cap(ANP)=AA'$, $AM\perp AA'$, $AM\subset(AMQ)$ și $AN\perp AA'$, $AN\subset(ANP)$, deci $m(\sphericalangle((AMQ),(ANP)))=m(\sphericalangle MAN)$	**3p**
	$AMND$ este pătrat, deci $m(\sphericalangle MAN)=45°$	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 5

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $15-15:3$ este egal cu $\ldots$.

5p **2.** Dacă 10% dintr-o sumă reprezintă 60 de lei, atunci suma este $\ldots$ de lei.

5p **3.** Cel mai mare număr prim din intervalul $[2,11)$ este $\ldots$.

5p **4.** Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB, respectiv AC ale unui triunghi ABC cu $BC=24\text{cm}$. Lungimea segmentului MN este egală cu $\ldots\text{cm}$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDEFGH$. Măsura unghiului determinat de dreptele AB și EG este egală cu $\ldots°$.

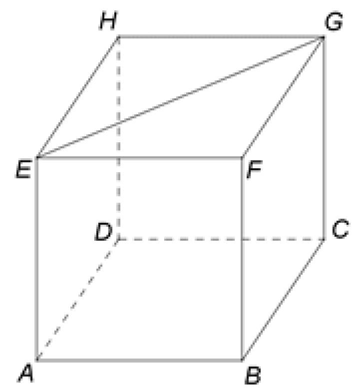


Figura 1

5p **6.** În tabelul următor sunt prezentate informații despre media de admitere la un liceu, în ultimii trei ani.

Anul	2017	2018	2019
Cea mai mare medie	9,57	9,85	9,74
Cea mai mică medie	6,25	6,40	5,86

Conform tabelului, media de admitere 9,85 a fost înregistrată la acest liceu, în anul $\ldots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată cu vârful V și baza $ABCD$.

5p **2.** Arătați că media geometrică a numerelor $a=2\cdot 3$ şi $b=2\cdot 3^3$ este cu 12 mai mică decât media lor aritmetică.

5p **3.** Oana cheltuiește o sumă de bani în trei zile. În prima zi Oana cheltuiește jumătate din sumă, a doua zi cheltuiește jumătate din suma rămasă, iar a treia zi restul de 100 lei. Calculați suma totală cheltuită de Oana în cele trei zile.

4. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-4$.

5p **a)** Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy.

5p **b)** Arătați că triunghiul determinat de graficul funcției f și axele sistemului de coordonate xOy are aria egală cu 4.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=\frac{4}{x-2}:\frac{(x+3)^2-(x+1)^2}{x^2-4}$, unde x este număr real, $x\neq -2$ şi $x\neq 2$. Arătaţi că $E(x)=1$, pentru orice x număr real, $x\neq -2$ şi $x\neq 2$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 7\text{cm}$ şi $AD = 5\text{cm}$. Punctul M este situat pe latura CD astfel încât $AM = AB$. Bisectoarea unghiului BAM intersectează dreapta CD în punctul E.

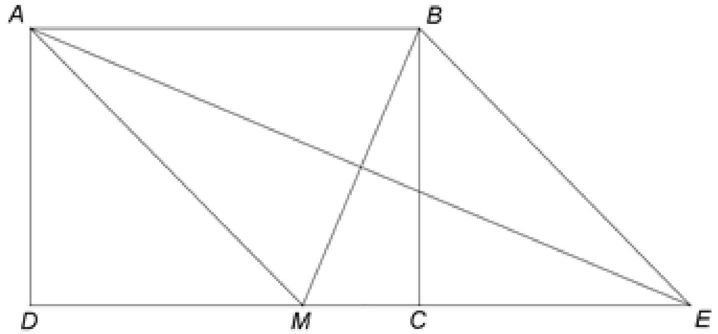


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul dreptunghiului $ABCD$ este egal cu 24cm.

5p **b)** Demonstrați că lungimea segmentului MC este mai mare decât 2cm.

5p **c)** Demonstrați că patrulaterul $AMEB$ este romb.

2. În *Figura 3* este reprezentată o prismă dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghi echilateral, $AB = 12\text{cm}$, $AA' = 12\sqrt{3}\text{cm}$ și punctul M este mijlocul segmentului $A'B$.

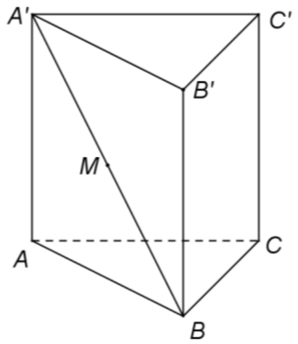


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABB'A'$ este egală cu $144\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p **b)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta $A'B$ și planul (ABC).

5p **c)** Demonstrați că distanța de la punctul M la planul (ABC) este egală cu $6\sqrt{3}\text{cm}$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 5

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	10	**5p**
2.	600	**5p**
3.	7	**5p**
4.	12	**5p**
5.	45	**5p**
6.	2018	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida patrulateră regulată Notează piramida patrulateră regulată cu vârful V și baza $ABCD$	**4p** **1p**
2.	$m_a = \dfrac{2\cdot 3 + 2\cdot 3^3}{2} = 30$ $m_g = \sqrt{(2\cdot 3)\cdot\left(2\cdot 3^3\right)} = 2\cdot 3^2 = 18$, deci $m_g = m_a - 12$	**2p** **3p**
3.	$\dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{2}\left(x - \dfrac{x}{2}\right) + 100 = x$, unde x este suma totală cheltuită de Oana în cele trei zile $x = 400$ de lei	**3p** **2p**
4.	**a)** Reprezentarea unui punct care aparţine graficului funcţiei f Reprezentarea altui punct care aparţine graficului funcţiei f Trasarea graficului funcţiei f	**2p** **2p** **1p**
	b) $OM = 2$, unde M este punctul de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox $ON = 4$, unde N este punctul de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy și, cum ΔMON este dreptunghic, obținem $\mathcal{A}_{\Delta MON} = \dfrac{2\cdot 4}{2} = 4$	**2p** **3p**
5.	$\dfrac{(x+3)^2-(x+1)^2}{x^2-4} = \dfrac{x^2+6x+9-\left(x^2+2x+1\right)}{(x-2)(x+2)} = \dfrac{4(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \dfrac{4}{x-2}$ $E(x) = \dfrac{4}{x-2} : \dfrac{4}{x-2} = 1$, pentru orice x număr real, $x \neq -2$ şi $x \neq 2$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $P_{ABCD} = 2(AB + AD) =$ $= 2\cdot 12 = 24$ cm	**3p** **2p**
	b) ΔADM dreptunghic $\Rightarrow DM = \sqrt{7^2 - 5^2} = 2\sqrt{6}$ cm, deci $MC = DC - DM = \left(7 - 2\sqrt{6}\right)$cm Cum $7 - 2\sqrt{6} > 2 \Leftrightarrow 5 > 2\sqrt{6} \Leftrightarrow \sqrt{25} > \sqrt{24}$, obținem $MC > 2$cm	**3p** **2p**

	c) $ME \parallel AB \Rightarrow \sphericalangle MEA \equiv \sphericalangle BAE$ și, cum $\sphericalangle BAE \equiv \sphericalangle MAE$, obținem $\sphericalangle MEA \equiv \sphericalangle MAE$, deci ΔMEA este isoscel	**2p**
	$ME = AM$, $AM = AB$ și, cum $ME \parallel AB$, obținem $AMEB$ romb	**3p**
2.	**a)** $ABB'A'$ este dreptunghi, deci $\mathcal{A}_{ABB'A'} = AB \cdot AA' =$	**3p**
	$= 12 \cdot 12\sqrt{3} = 144\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) $A'A \perp (ABC)$ și $AB \subset (ABC) \Rightarrow m\left(\sphericalangle\left(A'B,(ABC)\right)\right) = m\left(\sphericalangle\left(A'B,AB\right)\right) = m\left(\sphericalangle A'BA\right)$	**2p**
	$\Delta ABA'$ este dreptunghic, $\operatorname{tg}\left(\sphericalangle A'BA\right) = \dfrac{AA'}{AB} = \sqrt{3}$, deci unghiul dintre dreapta $A'B$ și planul (ABC) are măsura de $60°$	**3p**
	c) MN este linie mijlocie în $\Delta A'AB$, unde N este mijlocul laturii AB, deci $MN \parallel AA'$ și, cum $AA' \perp (ABC)$, obținem $MN \perp (ABC)$, deci $MN = d\left(M,(ABC)\right)$	**3p**
	$MN = \dfrac{AA'}{2} = 6\sqrt{3}\,\text{cm}$	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 6

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $(35-35:7)\cdot 3$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Numărul care reprezintă două treimi din 60 este egal cu $\dots$.

5p **3.** Cel mai mic număr din mulțimea $A=\left\{0,\frac{2}{3},-\frac{3}{2},-4,\frac{5}{3}\right\}$ este $\dots$.

5p **4.** Triunghiul dreptunghic ABC are catetele $AB=12\text{cm}$ și $AC=10\text{cm}$. Aria acestui triunghi este egală cu $\dots\text{cm}^2$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDEFGH$. Măsura unghiului dreptelor BF și EG este egală cu $\dots°$.

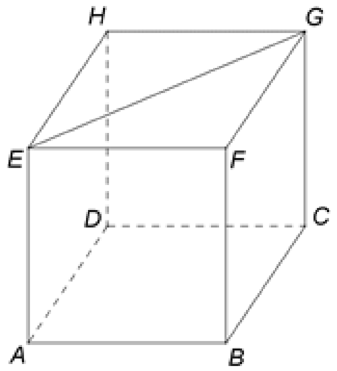
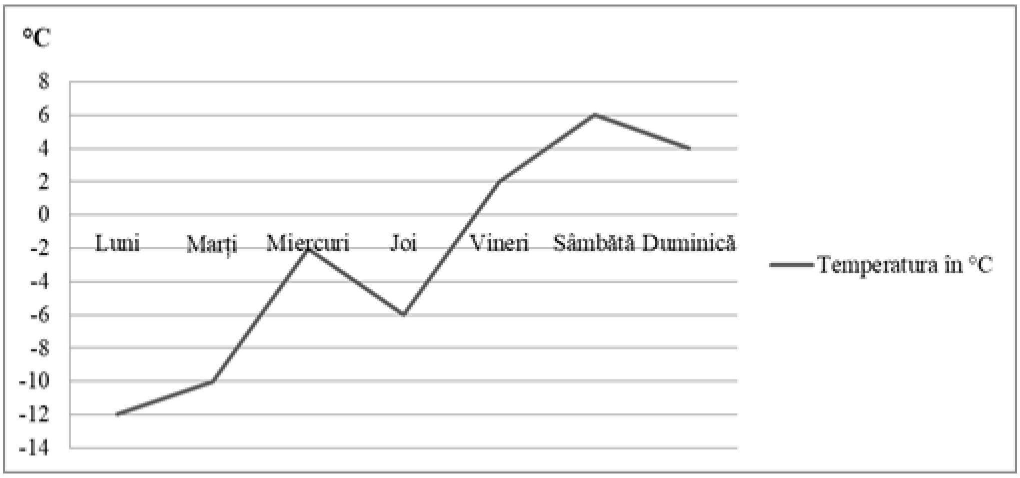


Figura 1

5p **6.** În diagrama următoare sunt prezentate informații despre temperatura, în °C, înregistrată în fiecare dintre zilele unei săptămâni.



Conform informațiilor din diagramă, diferența dintre temperatura înregistrată sâmbătă și cea înregistrată marți este egală cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un triunghi isoscel ABC, dreptunghic în A.

5p **2.** Numerele naturale a, b, c sunt direct proporționale cu 2, 3, 5. Determinați numerele a, b şi c, știind că $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=126$.

5p **3.** Dublul unui număr real este cu 6 mai mare decât jumătatea acestui număr. Determinați acest număr.

4. Se consideră numerele reale $x=\left(\frac{2}{\sqrt{12}}+\frac{9}{\sqrt{27}}+\frac{6}{\sqrt{108}}\right)\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}$ și $y=\left(5^6\right)^3\cdot 25^3:125^8$.

5p **a)** Arătați că $x=5$.

5p **b)** Arătați că media aritmetică a numerelor x și y este un număr natural prim.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=2(x+3)^2-(2+x)(x-2)-2(5x+7)$, unde x este număr real. Demonstrați că $E(x)\geq 7$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB\parallel CD$, $AC\perp BD$, $AB=8\text{m}$, $CD=4\text{m}$. Punctele M, N, P și Q sunt mijloacele laturilor AB, BC, CD, respectiv DA și O este punctul de intersecție a diagonalelor trapezului.

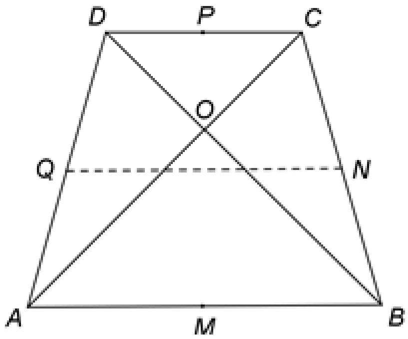


Figura 2

5p **a)** Arătați că linia mijlocie a trapezului $ABCD$ are lungimea egală cu 6m.

5p **b)** Arătați că $AD=2\sqrt{10}\text{m}$.

5p **c)** Demonstrați că patrulaterul $MNPQ$ este pătrat.

2. În *Figura 3* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=15\text{cm}$ și $BC=AA'=6\sqrt{3}\text{cm}$. Punctul M este situat pe latura CD astfel încât $CM=9\text{cm}$ și punctul N este mijlocul laturii BC.

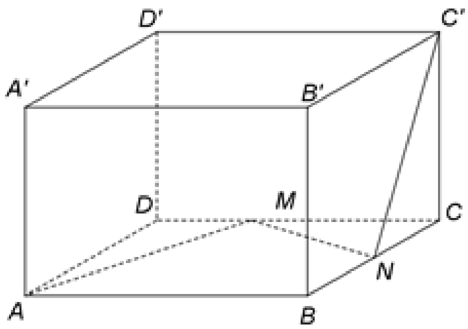


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABB'A'$ este egală cu $90\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p **b)** Arătați că distanța de la punctul N la dreapta $C'D'$ este egală cu $3\sqrt{15}\text{cm}$.

5p **c)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta MN și planul (AMA').

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 6

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	90	**5p**
2.	40	**5p**
3.	–4	**5p**
4.	60	**5p**
5.	90	**5p**
6.	16	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează triunghiul dreptunghic isoscel	**4p**
	Notează triunghiul isoscel ABC, dreptunghic în A	**1p**
2.	$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{5}=k$, unde k este un număr raţional, deci $a=2k$, $b=3k$ şi $c=5k$	**2p**
	$(2k-3k)^2+(3k-5k)^2+(5k-2k)^2=126 \Leftrightarrow k^2+4k^2+9k^2=126$, deci $k^2=9$ şi, cum a, b şi c sunt numere naturale, obţinem $a=6$, $b=9$ şi $c=15$	**3p**
3.	$2x=\frac{x}{2}+6$, unde x este numărul real	**2p**
	$x=4$	**3p**
4.	**a)** $x=\left(\frac{2}{2\sqrt{3}}+\frac{9}{3\sqrt{3}}+\frac{6}{6\sqrt{3}}\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{1}=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{3}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{1}=$	**3p**
	$=\frac{5}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{1}=5$	**2p**
	b) $y=5^{18}\cdot\left(5^2\right)^3:\left(5^3\right)^8=5^{18+6-24}=5^0=1$	**2p**
	Media aritmetică a numerelor x şi y este $m_a=\frac{x+y}{2}=\frac{5+1}{2}=3$, care este număr natural prim	**3p**
5.	$E(x)=2\left(x^2+6x+9\right)-\left(x^2-4\right)-10x-14=2x^2+12x+18-x^2+4-10x-14=$	**2p**
	$=x^2+2x+8=x^2+2x+1+7=(x+1)^2+7\geq 7$, pentru orice număr real x	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Linia mijlocie a trapezului $ABCD$ are lungimea egală cu $\frac{AB+CD}{2}=$	**3p**
	$=\frac{8+4}{2}=6\text{m}$	**2p**

	b) ΔAOB este dreptunghic isoscel, deci $AO = 4\sqrt{2}\,\text{m}$ și ΔCOD este dreptunghic isoscel, deci $DO = 2\sqrt{2}\,\text{m}$	**2p**
	ΔAOD este dreptunghic, deci $AD^2 = AO^2 + DO^2$, de unde obținem $AD = \sqrt{32+8} = 2\sqrt{10}\,\text{m}$	**3p**
	c) NP este linie mijlocie în ΔBCD, deci $NP \parallel BD$ și $NP = \frac{BD}{2}$, iar MQ este linie mijlocie în ΔABD, deci $MQ \parallel BD$ și $MQ = \frac{BD}{2}$; obținem $MQ \parallel NP$ și $MQ = NP$, deci $MNPQ$ este paralelogram	**3p**
	MN este linie mijlocie în ΔABC, deci $MN \parallel AC$ și $MN = \frac{AC}{2}$ și, cum $AC \perp BD$ și $AC = BD$, obținem $MN \perp NP$ și $MN = NP$, deci $MNPQ$ este pătrat	**2p**
2.	**a)** $ABB'A'$ este dreptunghi, deci $\mathcal{A}_{ABB'A'} = AB \cdot AA' =$	**3p**
	$= 15 \cdot 6\sqrt{3} = 90\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) $C'D' \perp CC'$, $C'D' \perp B'C'$ și $CC' \cap B'C' = \{C'\} \Rightarrow C'D' \perp (BCC')$ și, cum $NC' \subset (BCC')$, obținem $NC' \perp C'D'$, deci $d(N, C'D') = NC'$	**3p**
	$\Delta CC'N$ este dreptunghic, deci $NC'^2 = C'C^2 + CN^2 \Rightarrow NC' = \sqrt{108+27} = 3\sqrt{15}\,\text{cm}$	**2p**
	c) $AA' \perp AB$, $AA' \perp AD$ și $AB \cap AD = \{A\}$, deci $AA' \perp (ABC)$ și, cum $MN \subset (ABC)$, obținem $AA' \perp MN$	**1p**
	ΔADM dreptunghic, $\text{tg}(\sphericalangle AMD) = \frac{AD}{DM} = \sqrt{3} \Rightarrow m(\sphericalangle AMD) = 60^\circ$ și ΔCMN dreptunghic, $\text{tg}(\sphericalangle CMN) = \frac{CN}{CM} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow m(\sphericalangle CMN) = 30^\circ$, deci $m(\sphericalangle AMN) = 90^\circ \Rightarrow MN \perp AM$	**3p**
	$MN \perp AA'$, $MN \perp AM$ și $AA' \cap AM = \{A\} \Rightarrow MN \perp (AMA')$, deci măsura unghiului dintre dreapta MN și planul (AMA') este de 90°	**1p**

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Matematică

Test 7

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $10+5\cdot(16-2\cdot 8)$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Un obiect costă 120 de lei. După o scumpire cu 10%, obiectul costă $\dots$ lei.

5p **3.** Dacă $A=\{1,2,3,4\}$ și $B=\{4,5,6,7\}$, atunci intersecția mulțimilor A și B este egală cu $\{\dots\}$.

5p **4.** Lungimea unui cerc cu raza de 5 cm este egală cu $\dots\pi$ cm.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AB și $A'D$ are măsura de $\dots^\circ$.

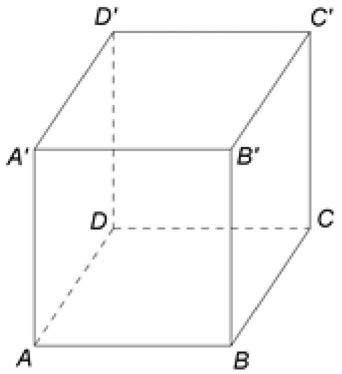


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este prezentată situația mediilor la limba engleză, pe semestrul I, ale elevilor unei școli gimnaziale.

Media	4	5	6	7	8	9	10
Nr. elevi	1	6	7	14	23	29	30

Conform informațiilor din tabel, probabilitatea ca, alegând un elev din această școală, acesta să aibă media 10 la limba engleză, este egală cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un romb $ABCD$.

5p **2.** Se consideră un număr real nenul x, astfel încât $x+\frac{1}{x}=2$. Arătați că $x^2+\frac{1}{x^2}=2$.

5p **3.** Anca a citit 375 de pagini dintr-o carte. În fiecare zi, începând cu a doua zi, ea a citit cu 5 pagini mai mult decât în ziua precedentă, și a terminat de citit cele 375 de pagini în 5 zile. Determinaţi numărul de pagini citite de Anca în prima zi.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(\frac{20}{\sqrt{1800}}-\frac{3}{\sqrt{72}}\right):\frac{1}{84}$ și $b=\left(\sqrt{3}-3\right)^2-\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}+\sqrt{75}$.

5p **a)** Arătați că $a=7\sqrt{2}$.

5p **b)** Comparați numerele a și b.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x-1)^2-3(x-3)(x+2)-(x-2)(x+1)$, unde x este număr real.

Demonstrați că $E(1)+E\left(\frac{1}{2}\right)+E\left(\frac{1}{3}\right)+\dots+E\left(\frac{1}{2020}\right)=42420$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* sunt reprezentate pătratul $ABCD$ cu $AB = 15\text{cm}$ și triunghiurile echilaterale ABM, BCN şi ADP.

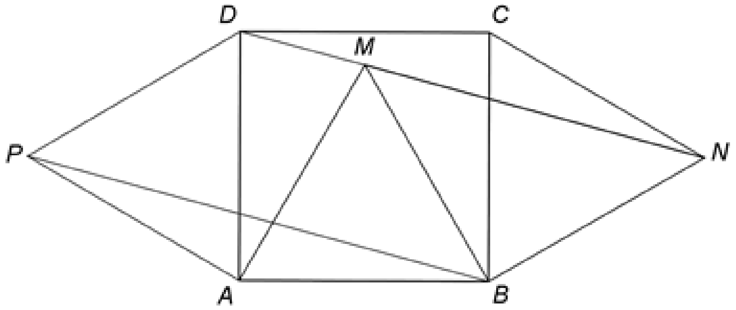


Figura 2

5p **a)** Arătaţi că perimetrul triunghiului ABM este egal cu 45cm.

5p **b)** Arătaţi că lungimea segmentului MN este egală cu $15\sqrt{2}\text{cm}$.

5p **c)** Demonstrați că patrulaterul $PBMD$ este trapez isoscel.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă $VABCD$ cu $ABCD$ pătrat și $VO \perp (ABC)$, unde O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD. Triunghiul VAB este echilateral cu $AB = 6\text{cm}$, punctul M este mijlocul muchiei BV și punctul N este mijlocul muchiei CV.

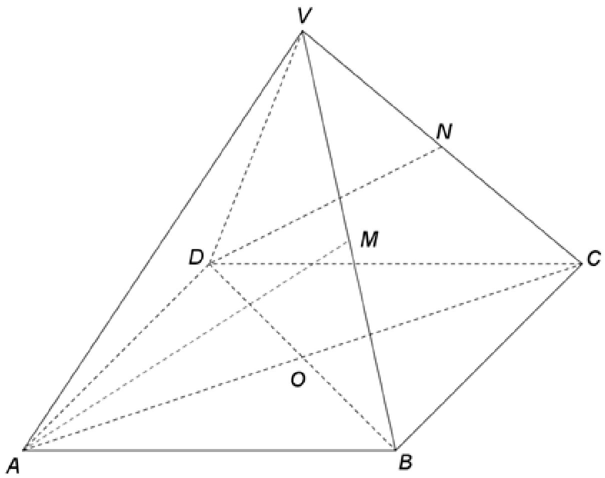


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 36cm^2.

5p **b)** Demonstrați că dreptele VB și VD sunt perpendiculare.

5p **c)** Demonstrați că, dacă dreptele AM și DN se intersectează în punctul P, atunci $VP \parallel (ABC)$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 7

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	10	**5p**
2.	132	**5p**
3.	4	**5p**
4.	10	**5p**
5.	90	**5p**
6.	$\frac{3}{11}$	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează rombul Notează rombul $ABCD$	**4p** **1p**
2.	$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=2^2 \Rightarrow x^2+2\cdot x\cdot\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=4$	**3p**
	$x^2+2+\frac{1}{x^2}=4 \Rightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=2$	**2p**
3.	A doua zi Anca citeşte $n+5$ pagini, a treia zi citeşte $n+10$ pagini, a patra zi citeşte $n+15$ pagini, iar a cincea zi citeşte $n+20$ pagini, unde n este numărul de pagini citite de Anca în prima zi	**2p**
	$n+(n+5)+(n+10)+(n+15)+(n+20)=375 \Rightarrow 5n+50=375$, deci $n=65$ de pagini	**3p**
4.	**a)** $a=\left(\frac{20}{30\sqrt{2}}-\frac{3}{6\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{84}{1}=\left(\frac{2}{3\sqrt{2}}-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{84}{1}=$	**3p**
	$=\frac{4\sqrt{2}-3\sqrt{2}}{12}\cdot\frac{84}{1}=7\sqrt{2}$	**2p**
	b) $b=\left(3-6\sqrt{3}+9\right)-\left|\sqrt{3}-2\right|+5\sqrt{3}=12-6\sqrt{3}-2+\sqrt{3}+5\sqrt{3}=10$	**3p**
	Cum $7\sqrt{2}=\sqrt{98}$ şi $10=\sqrt{100}$, obţinem $a<b$	**2p**
5.	$E(x)=4x^2-4x+1-3\left(x^2-x-6\right)-\left(x^2-x-2\right)=4x^2-4x+1-3x^2+3x+18-x^2+x+2=21$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(1)+E\left(\frac{1}{2}\right)+E\left(\frac{1}{3}\right)+\ldots+E\left(\frac{1}{2020}\right)=\underbrace{21+21+\ldots+21}_{\text{de } 2020 \text{ ori } 21}=21\cdot 2020=42\,420$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $P_{\Delta ABM}=3AB=$ $=3\cdot 15=45\text{cm}$	**3p** **2p**

	b) $m(\sphericalangle MBC)=m(\sphericalangle ABC)-m(\sphericalangle ABM)=30^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle MBN)=m(\sphericalangle MBC)+m(\sphericalangle CBN)=90^\circ$	**2p**
	ΔMBN este dreptunghic isoscel, deci $MN=15\sqrt{2}\,\text{cm}$	**3p**
	c) $m(\sphericalangle DAM)=30^\circ$ și, cum ΔADM isoscel, $m(\sphericalangle ADM)=75^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle PDM)=135^\circ$	**1p**
	ΔABP isoscel și $m(\sphericalangle BAP)=150^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle APB)=15^\circ$, deci $m(\sphericalangle DPB)=45^\circ$	**2p**
	$\sphericalangle PDM$ și $\sphericalangle DPB$ sunt suplementare, deci $BP \parallel DM$ și, cum $DP=MB$, obținem că $PBMD$ este trapez isoscel	**2p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD}=AB^2=$	**3p**
	$=6^2=36\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) BD este diagonală în pătratul $ABCD \Rightarrow BD=6\sqrt{2}\,\text{cm}$	**2p**
	$VO\perp(ABC)$ și $ABCD$ pătrat $\Rightarrow \Delta VOA\equiv\Delta VOB\equiv\Delta VOC\equiv\Delta VOD$, deci $VA=VB=VC=VD$	**1p**
	$VB^2+VD^2=6^2+6^2=\left(6\sqrt{2}\right)^2=BD^2 \Rightarrow \Delta BVD$ este dreptunghic în V, deci $VB\perp VD$	**2p**
	c) MN linie mijlocie în $\Delta VBC \Rightarrow MN \parallel BC$ și $MN=\dfrac{BC}{2}$, deci $MN \parallel AD$ și $MN=\dfrac{AD}{2}$, de unde obținem MN linie mijlocie în ΔPAD	**2p**
	M este mijlocul segmentelor BV și $PA \Rightarrow ABPV$ este paralelogram, deci $VP \parallel AB$ și, cum $AB\subset(ABC)$, obținem $VP\parallel(ABC)$	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică

Test 8

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $(40-2\cdot 10):5$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** După o scumpire cu 10%, prețul unui obiect devine 44 de lei. Prețul obiectului înainte de scumpire era $\dots$ de lei.

5p **3.** Fracția subunitară din mulțimea $A=\left\{\frac{3}{2},\frac{10}{11},\frac{11}{10},3\right\}$ este $\dots$.

5p **4.** Dreptunghiul $ABCD$ are $AB=8\text{cm}$ și aria de 80cm^2. Lungimea laturii BC este egală cu $\dots$ cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AC și $B'D'$ are măsura de $\dots^\circ$.

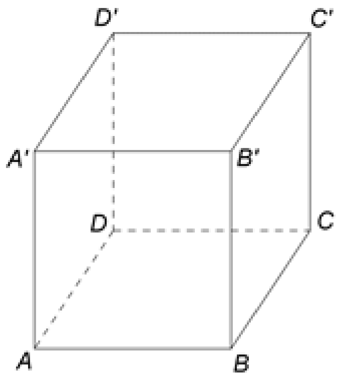
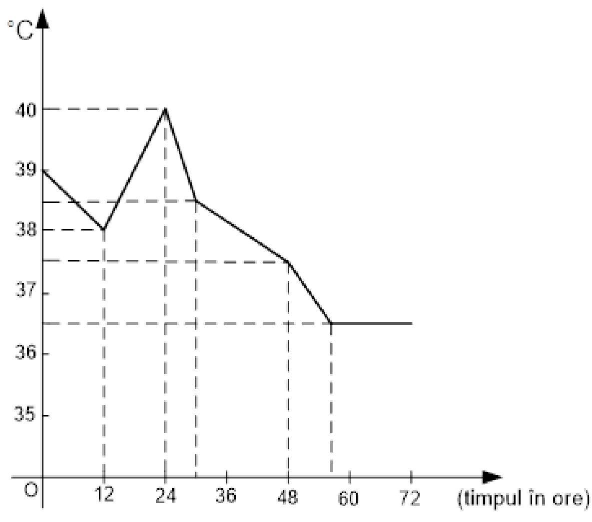


Figura 1

5p **6.** În graficul de mai jos este înregistrată temperatura unui pacient pe parcursul a 72 de ore.



Conform informațiilor din grafic, cea mai mare temperatură înregistrată pentru acest pacient este egală cu $\dots$°C .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelogram $ABCD$.

5p **2.** Media aritmetică a numerelor naturale a, b şi 8 este egală cu 16. Arătaţi că media aritmetică a numerelor a și b este egală cu 20.

5p **3.** Un automobil parcurge în trei zile o distanță de $1200\,\text{km}$. În prima zi parcurge $\frac{2}{5}$ din distanță, a doua zi 30% din distanță și restul în a treia zi. Calculați distanța parcursă de automobil în a treia zi.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(0,(3)+\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{15^2-12^2}}\right)^{-1}$ și $b=\left(\frac{42}{\sqrt{98}}-\sqrt{3^2+4^2}+\frac{\sqrt{56}}{\sqrt{7}}\right):5+\left|\sqrt{2}-3\right|$.

5p **a)** Arătați că $a=\frac{9}{8}$.

5p **b)** Arătați că media geometrică a numerelor a și b aparține mulțimii $I=\left(\sqrt{2},\sqrt{3}\right)$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x-1)^2-2(x-2)(x+1)-(x+1)^2$, unde x este număr real. Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul n, numărul $N=E(2n+1)-E(2n-1)$ este multiplu al lui 8.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB=24\text{cm}$, $CD=8\text{cm}$ și $AD=10\text{cm}$. Dreptele AD și BC se intersectează în punctul E și punctele M și N sunt situate pe dreapta AB astfel încât $DM\perp AB$ și $EN\perp AB$.

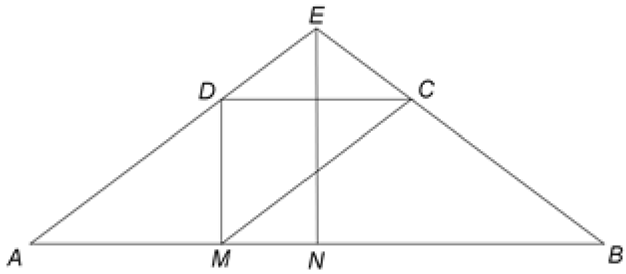


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul trapezului $ABCD$ este egal cu 52cm.

5p **b)** Determinați lungimea segmentului EN.

5p **c)** Știind că G este punctul de intersecție a dreptelor EN și MC, demonstrați că G este centrul de greutate al triunghiului ABE.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă $VABCD$ cu $VA=VB=VC=VD$ și unghiul dintre VB și planul (ABC) cu măsura de $45°$. $ABCD$ este pătrat cu $AB=18\text{cm}$, punctele M și N sunt mijloacele segmentelor BC, respectiv VD și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD.

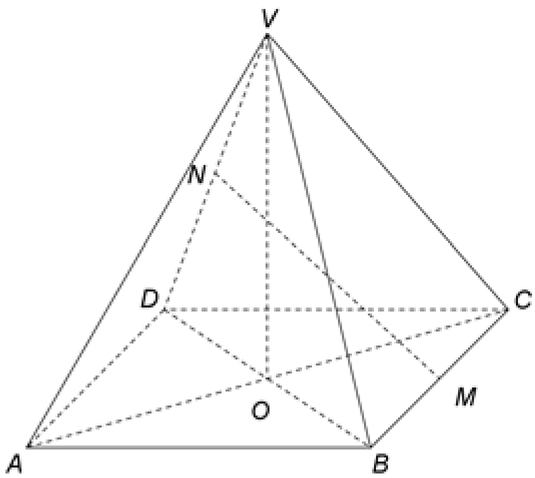


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 324cm^2.

5p **b)** Demonstrați că dreapta OM este paralelă cu planul (VAB).

5p **c)** Demonstrați că $MN=9\sqrt{3}\text{cm}$.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 8

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	4	**5p**
2.	40	**5p**
3.	$\frac{10}{11}$	**5p**
4.	10	**5p**
5.	90	**5p**
6.	40	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelogramul Notează paralelogramul $ABCD$	**4p** **1p**
2.	$\frac{a+b+8}{3}=16 \Leftrightarrow a+b+8=48$	**3p**
	$a+b=40$, deci media aritmetică a numerelor a și b este egală cu $\frac{a+b}{2}=20$	**2p**
3.	În prima zi automobilul parcurge $\frac{2}{5}\cdot 1200=480\,\text{km}$	**2p**
	A doua zi automobilul parcurge $\frac{30}{100}\cdot 1200=360\,\text{km}$, deci în a treia zi automobilul parcurge $1200-480-360=360\,\text{km}$	**3p**
4.	**a)** $0,(3)+\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{15^2-12^2}}=\frac{3}{9}+\frac{5}{\sqrt{225-144}}=\frac{3}{9}+\frac{5}{9}=\frac{8}{9}$	**3p**
	$a=\left(\frac{8}{9}\right)^{-1}=\frac{9}{8}$	**2p**
	b) $b=\left(\frac{42}{7\sqrt{2}}-\sqrt{9+16}+\sqrt{8}\right)\cdot\frac{1}{5}+3-\sqrt{2}=\left(5\sqrt{2}-5\right)\cdot\frac{1}{5}+3-\sqrt{2}=\sqrt{2}-1+3-\sqrt{2}=2$	**2p**
	$m_g=\sqrt{ab}=\sqrt{\frac{9}{8}\cdot 2}=\frac{3}{2}=1,5$ și, cum $\sqrt{2}<\sqrt{2,25}<\sqrt{3}$, obținem $m_g\in I$	**3p**
5.	$E(x)=4x^2-4x+1-2\left(x^2+x-2x-2\right)-\left(x^2+2x+1\right)=4x^2-4x+1-2x^2+2x+4-x^2-2x-1=$ $=x^2-4x+4=(x-2)^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$N=(2n+1-2)^2-(2n-1-2)^2=\left((2n-1)-(2n-3)\right)\left((2n-1)+(2n-3)\right)=2(4n-4)=8(n-1)$, care este multiplu al lui 8, pentru orice număr natural nenul n	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ este trapez isoscel, deci $BC = AD = 10\text{cm}$	**2p**
	$P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 24 + 10 + 8 + 10 = 52\text{cm}$	**3p**
	b) $ABCD$ este trapez isoscel, deci $AM = \dfrac{AB - CD}{2} = 8\text{cm}$ și $DM = \sqrt{AD^2 - AM^2} = 6\text{cm}$	**2p**
	$DM \parallel EN \Rightarrow \dfrac{DM}{EN} = \dfrac{AM}{AN}$ și, cum N este mijlocul lui AB, obținem $EN = 9\text{cm}$	**3p**
	c) $AM = DC = 8\text{cm}$, $AM \parallel DC \Rightarrow AMCD$ paralelogram, deci $MC \parallel AD$	**2p**
	$MG \parallel AE \Rightarrow \dfrac{NG}{NE} = \dfrac{MN}{AN} = \dfrac{1}{3}$ și, cum EN este mediană în triunghiul ABE, obținem că G este centrul de greutate al triunghiului ABE	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$	**3p**
	$= 18^2 = 324\text{cm}^2$	**2p**
	b) M este mijlocul segmentului BC și O este mijlocul segmentului AC, deci MO este linie mijlocie în ΔCAB	**3p**
	$OM \parallel AB$ și $AB \subset (VAB)$, deci $OM \parallel (VAB)$	**2p**
	c) ΔVAC și ΔVBD sunt isoscele și O este mijlocul segmentelor AC și BD, deci $VO \perp AC$ și $VO \perp BD$ și, cum $AC \cap BD = \{O\}$, obținem $VO \perp (ABC) \Rightarrow m(\sphericalangle VBO) = 45^\circ \Rightarrow VB = 18\text{cm}$	**2p**
	NP este linie mijlocie în ΔVAD, unde P este mijlocul segmentului VA, deci $NP \parallel AD$ și $NP = \dfrac{AD}{2}$, deci $NP \parallel MB$ și $NP = MB \Rightarrow BMNP$ paralelogram, de unde obținem $MN = BP$	**2p**
	BP este înălțime în triunghiul echilateral $VAB \Rightarrow BP = 9\sqrt{3}\text{cm}$, deci $MN = 9\sqrt{3}\text{cm}$	**1p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 9

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $(20-2\cdot 4):4$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Dacă $\frac{x+3}{5}=\frac{14}{10}$, atunci numărul real x este egal cu $\dots$.

5p **3.** Numărul de elemente ale mulțimii $A=\{x\in\mathbb{Z} \mid |x|\le 3\}$ este egal cu $\dots$.

5p **4.** Linia mijlocie a trapezului $ABCD$ este de $10\,\text{cm}$. Suma lungimilor bazelor acestui trapez este egală cu $\dots\text{cm}$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AB și $B'C'$ are măsura de $\dots^\circ$.

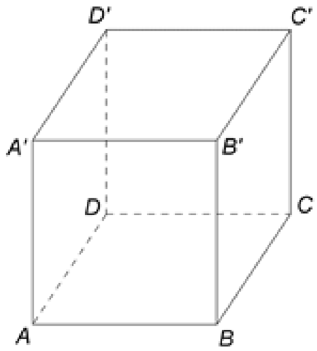
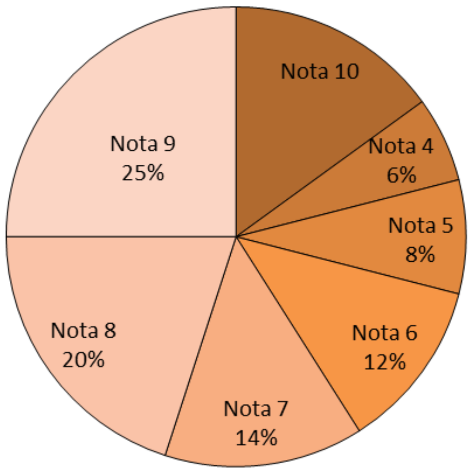


Figura 1

5p **6.** În diagrama de mai jos sunt prezentate rezultatele obținute de elevii unei școli la un concurs.



Conform informațiilor din diagramă, note mai mari sau egale cu 9 au fost obținute de $\dots\%$ din numărul elevilor care au participat la concurs.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, un tetraedru $ABCD$.

5p **2.** Arătați că media geometrică a numerelor $x=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)\cdot\frac{3}{2}$ și $y=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right):\frac{1}{12}$ este egală cu 2.

5p **3.** Într-o cutie sunt bile albe, 6 bile roșii și 10 bile galbene. Probabilitatea de a extrage o bilă albă din cutie este egală cu $\frac{5}{9}$. Determinați numărul de bile albe din cutie.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(\sqrt{98}-2\sqrt{50}+\sqrt{32}\right):\frac{1}{\sqrt{2}}$ și $b=\left(\frac{7}{\sqrt{3}}+\frac{3}{\sqrt{12}}+\frac{\sqrt{27}}{18}\right):\frac{3}{\sqrt{3}}$.

5p **a)** Arătați că $a=2$.

5p **b)** Calculați $(a-b)^{2020}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=x(x+3)^2-2(x-1)^2-(2x-3)(2x+3)-(17x+7)$, unde x este număr real. Arătați că $\frac{E(3)}{1\cdot 5}+\frac{E(4)}{2\cdot 6}+\frac{E(5)}{3\cdot 7}+\ldots+\frac{E(100)}{98\cdot 102}=5047$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu $AB=15\text{cm}$, punctul M este mijlocul laturii AB și punctul O este intersecția diagonalelor pătratului. E și F sunt punctele de intersecție a dreptelor AC și DM, respectiv BD și CM.

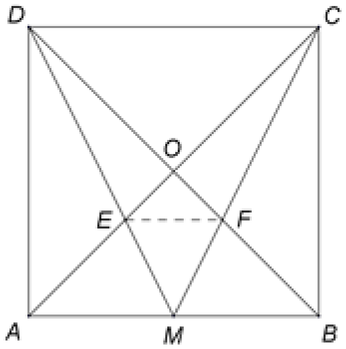


Figura 2

5p **a)** Arătați că aria pătratului $ABCD$ este egală cu 225cm^2.

5p **b)** Demonstrați că triunghiurile ADE și BCF sunt congruente.

5p **c)** Calculați lungimea segmentului EF.

2. În *Figura 3* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=8\text{dm}$, $BC=6\text{dm}$ și $AA'=15\text{dm}$.

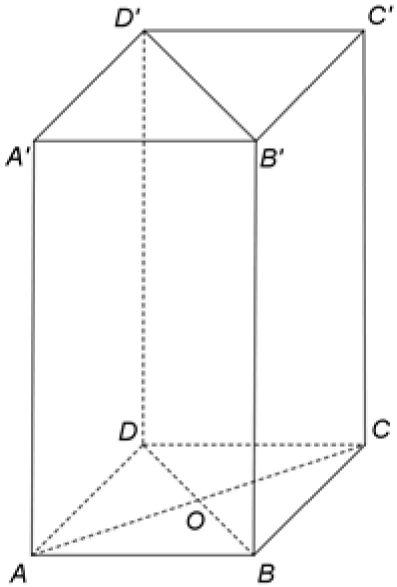


Figura 3

5p **a)** Arătați că suma lungimilor tuturor muchiilor paralelipipedului este egală cu 116dm.

5p **b)** Demonstrați că distanța de la punctul A la planul (BDD') este egală cu $4{,}8\text{dm}$.

5p **c)** Demonstrați că, dacă punctul M este simetricul punctului A față de punctul B, atunci planele $(CC'M)$ și $(BB'D)$ sunt paralele.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 9

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	3	**5p**
2.	4	**5p**
3.	7	**5p**
4.	20	**5p**
5.	90	**5p**
6.	40	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează tetraedrul	**4p**
	Notează tetraedrul $ABCD$	**1p**
2.	$x=\frac{3+2-1}{6}\cdot\frac{3}{2}=\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{2}=1$	**2p**
	$y=\frac{3-2+1}{6}\cdot\frac{12}{1}=4\Rightarrow m_g=\sqrt{xy}=\sqrt{1\cdot 4}=2$	**3p**
3.	$\frac{n}{n+6+10}=\frac{5}{9}$, unde n este numărul de bile albe	**3p**
	$9n=5n+80$, deci $n=20$	**2p**
4.	**a)** $a=\left(7\sqrt{2}-2\cdot 5\sqrt{2}+4\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{2}=$	**3p**
	$=\left(7\sqrt{2}-10\sqrt{2}+4\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{2}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=2$	**2p**
	b) $b=\left(\frac{7\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{6}\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{14\sqrt{3}+3\sqrt{3}+\sqrt{3}}{6}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}=3$	**3p**
	$(a-b)^{2020}=(2-3)^{2020}=(-1)^{2020}=1$	**2p**
5.	$E(x)=x\left(x^2+6x+9\right)-2\left(x^2-2x+1\right)-\left(4x^2-9\right)-17x-7=x^3-4x=x\left(x^2-4\right)=x(x-2)(x+2)$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\frac{3\cdot 1\cdot 5}{1\cdot 5}+\frac{4\cdot 2\cdot 6}{2\cdot 6}+\ldots+\frac{100\cdot 98\cdot 102}{98\cdot 102}=3+4+\ldots+100=\frac{100\cdot 101}{2}-1-2=5047$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD}=AB^2=$	**3p**
	$=15^2=225\text{cm}^2$	**2p**
	b) $\Delta ADM\equiv\Delta BCM\Rightarrow\sphericalangle ADM\equiv\sphericalangle BCM$	**2p**
	Cum $ABCD$ este pătrat, deci $AD=BC$ şi $\sphericalangle EAD\equiv\sphericalangle FBC$, obținem $\Delta ADE\equiv\Delta BCF$	**3p**

	c) E este centrul de greutate al ΔABD, deci $\frac{OE}{OA}=\frac{1}{3}$ și F este centrul de greutate al ΔABC, deci $\frac{OF}{OB}=\frac{1}{3}$	**2p**
	$\frac{OE}{OA}=\frac{OF}{OB}\Rightarrow EF \parallel AB \Rightarrow \frac{EF}{AB}=\frac{1}{3}$, deci $EF=5\text{cm}$	**3p**
2.	**a)** Suma lungimilor tuturor muchiilor paralelipipedului este egală cu $4(AB+BC+AA')=$	**2p**
	$=4(8+6+15)=4\cdot 29=116\text{dm}$	**3p**
	b) Pentru $AE\perp BD$, unde $E\in BD$, $DD'\perp(ADC)\Rightarrow DD'\perp AE$ și, cum $BD\cap DD'=\{D\}$, obținem $AE\perp(BDD')$, deci $d(A,(BDD'))=AE$	**3p**
	ΔABD este dreptunghic, deci $AE=\frac{AB\cdot AD}{BD}=\frac{8\cdot 6}{10}=4{,}8\text{dm}$	**2p**
	c) B este mijlocul segmentului $AM\Rightarrow AB=BM$, deci $BM=DC$ și, cum $BM\parallel DC$, obținem $BMCD$ paralelogram	**2p**
	$CC'\parallel DD'$, $CM\parallel BD$, $CC'\cap CM=\{C\}$ și $DD'\cap BD=\{D\}\Rightarrow(CC'M)\parallel(BB'D)$	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 10

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $5-5\cdot(12-3\cdot 4)$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Șase kilograme de mere costă 12 lei. Trei kilograme de mere de același fel costă $\dots$ lei.

5p **3.** Suma elementelor mulțimii $A=\{x\in\mathbb{N} \mid x+1\le 3\}$ este egală cu $\dots$.

5p **4.** Rombul $ABCD$ are latura de $10\,\text{cm}$. Perimetrul acestui romb este de $\dots\text{cm}$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor BC' și DD' are măsura de $\dots°$.

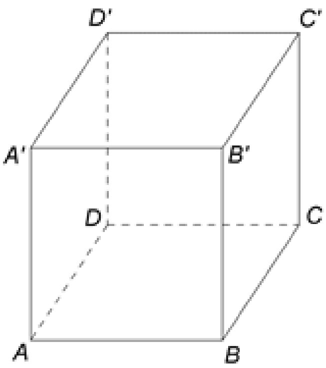
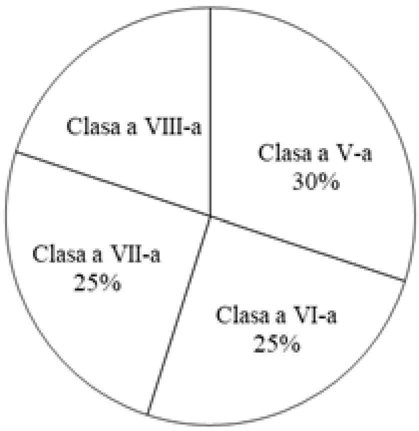


Figura 1

5p **6.** În clasele de gimnaziu ale unei școli sunt înscriși 500 de elevi. În diagrama de mai jos este prezentată repartiția procentuală, pe clase, a elevilor din această școală.



Conform informațiilor din diagramă, numărul de elevi din clasele a VIII-a este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o piramidă cu vârful V şi baza triunghiul ABC.

5p **2.** Determinaţi cifrele a şi b, ştiind că numărul $\overline{1ab}$ are suma cifrelor egală cu 8 şi este divizibil cu 5.

5p **3.** Mihai are 34 de ani, iar fiul lui are 8 ani. Calculaţi peste câţi ani vârsta lui Mihai va fi egală cu dublul vârstei fiului său.

4. Se consideră numerele reale $x=\dfrac{6}{\sqrt{2}}-\sqrt{8}+\dfrac{10}{\sqrt{50}}$ şi $y=\sqrt{48}-\sqrt{75}+\sqrt{27}+2-\left|\sqrt{3}-2\right|$.

5p **a)** Arătaţi că $x=2\sqrt{2}$.

5p **b)** Demonstraţi că $y^{30}+x^{50}+\left|y^{30}-x^{50}\right|=2^{76}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=3(x+1)^2+2(x+2)(x+3)-(x+5)$, unde x este număr real. Demonstrați că, pentru orice număr natural n, numărul natural $E(n)$ este divizibil cu 10.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi DBC cu $BC=BD=12\text{cm}$ și $DC=12\sqrt{3}\text{cm}$. Punctul A este situat pe latura DC astfel încât $AC=8\sqrt{3}\text{cm}$.

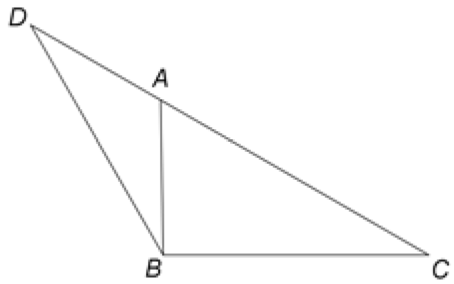


Figura 2

5p **a)** Arătați că $AD=4\sqrt{3}\text{cm}$.

5p **b)** Arătați că distanța de la punctul B la dreapta DC este egală cu 6cm.

5p **c)** Determinați măsura unghiului ABC.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu $ABCD$ pătrat, $AB=12\text{cm}$ și înălțimea $VO=8\text{cm}$, unde O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor BC, respectiv CV.

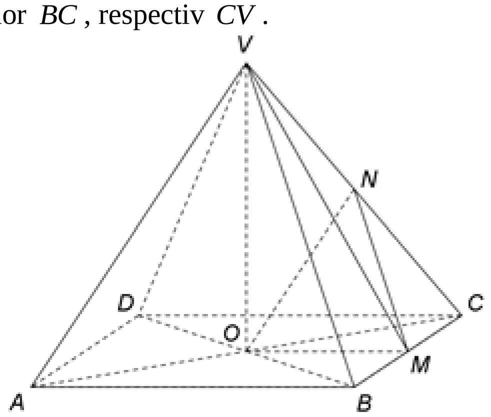


Figura 3

5p **a)** Arătați că patrulaterul $ABCD$ are aria egală cu 144cm^2.

5p **b)** Demonstrați că planele (NOM) și (VAB) sunt paralele.

5p **c)** Demonstrați că înălțimea din V a triunghiului VAM este egală cu $\frac{2\sqrt{445}}{5}\text{cm}$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 10

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	5	**5p**
2.	6	**5p**
3.	3	**5p**
4.	40	**5p**
5.	45	**5p**
6.	100	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida cu baza triunghi	**4p**
	Notează piramida cu vârful V și baza triunghiul ABC	**1p**
2.	$1+a+b=8$	**2p**
	$\overline{1ab} \vdots 5 \Leftrightarrow b \vdots 5$ și, cum $a+b=7$, obținem $a=7$, $b=0$ sau $a=2$, $b=5$	**3p**
3.	Peste n ani, Mihai va avea $34+n$ ani și fiul său va avea $8+n$ ani	**2p**
	$34+n=2(8+n) \Leftrightarrow 34+n=16+2n$, deci, peste $n=18$ ani, vârsta lui Mihai va fi egală cu dublul vârstei fiului său	**3p**
4.	**a)** $x=\frac{6\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{2}+\frac{10\sqrt{2}}{10}=$	**3p**
	$=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$	**2p**
	b) $y=4\sqrt{3}-5\sqrt{3}+3\sqrt{3}+2-2+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$	**2p**
	$x^{50}=2^{75}$, $y^{30}=3^{45}$ și, cum $2^{75}=\left(2^5\right)^{15}>\left(3^3\right)^{15}=3^{45}$, obținem $\left\lvert y^{30}-x^{50}\right\rvert=x^{50}-y^{30}$, deci $y^{30}+x^{50}+\left\lvert y^{30}-x^{50}\right\rvert=y^{30}+x^{50}+x^{50}-y^{30}=2x^{50}=2\cdot 2^{75}=2^{76}$	**3p**
5.	$E(x)=3\left(x^2+2x+1\right)+2\left(x^2+2x+3x+6\right)-x-5=5x^2+15x+10=5\left(x^2+3x+2\right)$, pentru orice număr real x	**2p**
	Pentru orice număr natural n, $E(n)=5(n+1)(n+2)$ și numărul $(n+1)(n+2)$ este divizibil cu 2, deci numărul natural $E(n)$ este divizibil cu 10	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $AD=DC-AC=$	**3p**
	$=12\sqrt{3}-8\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$	**2p**
	b) Construim $BM\perp DC$, $M\in DC$, deci $d(B,DC)=BM$ și, cum $BD=BC$, obținem că M este mijlocul lui DC, deci $CM=\frac{DC}{2}=6\sqrt{3}\,\text{cm}$	**3p**
	ΔBMC este dreptunghic în $M \Rightarrow BM^2+MC^2=BC^2$, deci $BM=\sqrt{12^2-\left(6\sqrt{3}\right)^2}=6\,\text{cm}$	**2p**

	c) $AM = 2\sqrt{3}\text{cm}$, $BM = 6\text{cm}$, deci $AB = 4\sqrt{3}\text{cm}$	**2p**
	$AB^2 + BC^2 = AC^2$, deci ΔABC este dreptunghic cu $m(\sphericalangle ABC) = 90°$	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$	**3p**
	$= 12^2 = 144\text{cm}^2$	**2p**
	b) MN este linie mijlocie în ΔVBC și OM este linie mijlocie în ΔABC	**2p**
	$MN \parallel BV$, $OM \parallel AB$, $MN \cap OM = \{M\}$ și $BV \cap AB = \{B\}$, deci $(NOM) \parallel (VAB)$	**3p**
	c) $VO \perp (ABC)$ și $AM \subset (ABC)$, deci, pentru $OP \perp AM$, $P \in AM$, obținem $VP \perp AM$, deci VP este înălțimea din V a triunghiului VAM	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta AOM} = \frac{1}{2}\mathcal{A}_{\Delta ACM} = 18\text{cm}^2$, $AM = 6\sqrt{5}\text{cm}$, deci $OP = \frac{6\sqrt{5}}{5}\text{cm}$	**2p**
	ΔVOP este dreptunghic, deci $VP = \sqrt{VO^2 + OP^2} = \frac{2\sqrt{445}}{5}\text{cm}$	**1p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 11

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $2\cdot10-10:(1+4)$ este egal cu ... .

5p **2.** Dacă $\frac{2a}{9}=\frac{4}{3b}$, atunci numărul $a\cdot b-2$ este egal cu ... .

5p **3.** Suma pătratelor numerelor întregi din intervalul $[-1,2)$ este egală cu ... .

5p **4.** Pătratul $ABCD$ are latura de 5cm. Perimetrul acestui pătrat este egal cu ... cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o piramidă triunghiulară $VABC$ cu înălțimea VO. Unghiul dreptelor VO și AB are măsura de ... °.

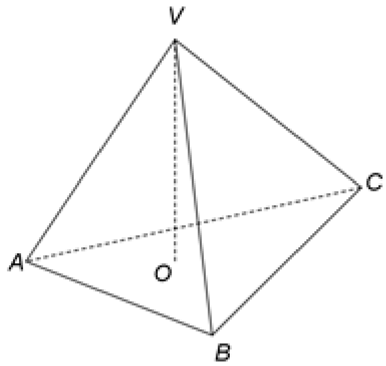
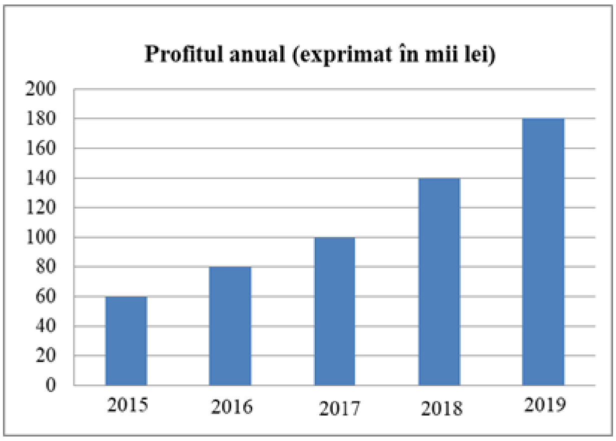


Figura 1

5p **6.** În diagrama de mai jos este prezentat profitul anual, exprimat în mii lei, realizat de o firmă în fiecare dintre ultimii cinci ani.



Conform informațiilor din diagramă, media profitului firmei, pentru ultimii cinci ani, este egală cu ... mii lei .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$.

5p **2.** Determinați cea mai mare valoare pe care o poate lua numărul natural $N=\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}$, știind că a, b și c sunt cifre distincte.

5p **3.** Un turist a parcurs un traseu în trei zile. În prima zi turistul a parcurs 40% din lungimea traseului, în a doua zi turistul a parcurs $\frac{5}{6}$ din distanța rămasă de parcurs după prima zi, iar în a treia zi restul de 3 km. Calculați lungimea traseului parcurs în cele trei zile.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{12}}+\frac{3}{\sqrt{27}}+\frac{4}{\sqrt{48}}\right):\frac{2}{3}$ și $b=\frac{\sqrt{26^2-10^2}}{\sqrt{20^2-16^2}}\cdot\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

5p **a)** Arătați că $a=2\sqrt{3}$.

5p **b)** Calculați $(a+b)|a-b|$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=x(3x-2)^2-2(x^2-2x)(3x-2)+x(x^2-4x+4)$, unde x este număr real. Arătați că, pentru orice număr real a, $E(-a)+E(a)=0$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB=10\sqrt{2}$ cm, $BC=20$ cm. Se consideră punctul E, mijlocul laturii BC și punctul F situat pe segmentul AE, astfel încât $BF\perp AE$.

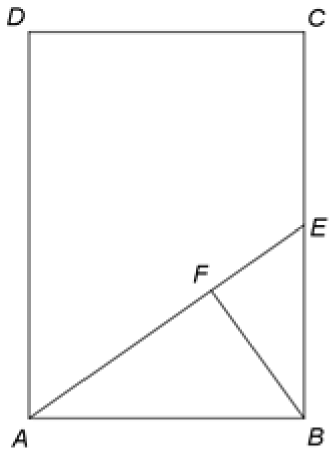


Figura 2

5p **a)** Arătați că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $200\sqrt{2}$ cm^2.

5p **b)** Arătați că lungimea segmentului EF este egală cu $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm.

5p **c)** Demonstrați că punctele B, F și D sunt coliniare.

2. În *Figura 3* este reprezentat un tetraedru $ABCD$ cu $AB=AC=AD=10$ cm. Triunghiul BCD este echilateral, are perimetrul egal cu 30 cm, iar punctele M și N sunt mijloacele segmentelor BC, respectiv AD.

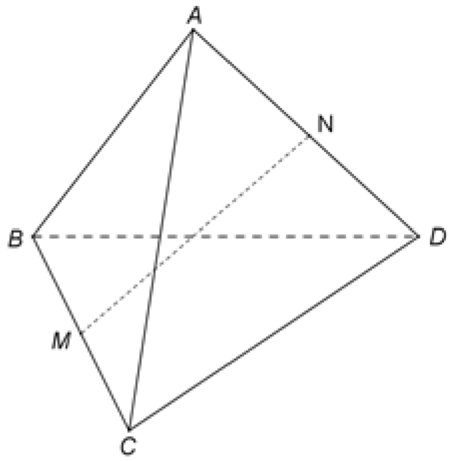


Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 30 cm.

5p **b)** Demonstrați că, dacă P este mijlocul segmentului BD, atunci dreapta MP este paralelă cu planul (ACD).

5p **c)** Demonstrați că unghiul dreptelor AB și MN are măsura egală cu $45°$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 11

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	18	**5p**
2.	4	**5p**
3.	2	**5p**
4.	20	**5p**
5.	90	**5p**
6.	112	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează trapezul isoscel	**4p**
	Notează trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$	**1p**
2.	$N = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 111(a+b+c)$	**2p**
	Cum a, b şi c sunt cifre distincte, cea mai mare valoare posibilă a sumei $a+b+c$ este 24, deci cea mai mare valoare pe care o poate lua numărul natural N este 2664	**3p**
3.	$\frac{40}{100} \cdot x + \frac{5}{6}\left(x - \frac{40}{100} \cdot x\right) + 3 = x$, unde x este lungimea traseului parcurs în cele trei zile	**3p**
	$x = 30$ km	**2p**
4.	**a)** $a = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{2\sqrt{3}} + \frac{3}{3\sqrt{3}} + \frac{4}{4\sqrt{3}}\right) \cdot \frac{3}{2} =$	**3p**
	$= 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{2} = 2\sqrt{3}$	**2p**
	b) $b = \frac{\sqrt{24^2}}{\sqrt{12^2}} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{24}{12} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$	**3p**
	$(a+b)\lvert a-b\rvert = \left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)\left\lvert 2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right\rvert = \left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}\right) = \left(3\sqrt{2}\right)^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 6$	**2p**
5.	$E(x) = x(3x-2)^2 - 2x(x-2)(3x-2) + x(x-2)^2 = x\left((3x-2)-(x-2)\right)^2 = 4x^3$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(-a) + E(a) = 4(-a)^3 + 4a^3 = -4a^3 + 4a^3 = 0$, pentru orice număr real a	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot BC =$	**3p**
	$= 10\sqrt{2} \cdot 20 = 200\sqrt{2}\ \text{cm}^2$	**2p**
	b) ΔABE este dreptunghic în B, deci $AE^2 = AB^2 + BE^2 \Rightarrow AE = \sqrt{200+100} = 10\sqrt{3}$ cm	**2p**
	ΔABE este dreptunghic în B şi $BF \perp AE \Rightarrow BE^2 = EF \cdot AE$, deci $EF = \frac{100}{10\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm	**3p**

	c) AE este mediană în ΔABC și, cum $F \in (AE)$ astfel încât $EF = \frac{1}{3} AE$, obținem că punctul F este centrul de greutate al triunghiului ABC	**3p**
	BO este mediană în triunghiul ABC, unde $\{O\} = AC \cap BD$, deci $F \in (BO)$, de unde obținem că punctele B, F și D sunt coliniare	**2p**
2.	**a)** $3BC = 30\text{cm} \Rightarrow BC = 10\text{cm}$	**3p**
	$P_{\Delta ABC} = AB + AC + BC = 30\text{cm}$	**2p**
	b) M este mijlocul lui BC și P este mijlocul lui BD, deci MP este linie mijlocie în ΔBCD	**2p**
	$MP \parallel CD$ și $CD \subset (ACD)$, deci $MP \parallel (ACD)$	**3p**
	c) NP este linie mijlocie în ΔABD, deci $NP \parallel AB \Rightarrow m(\sphericalangle(AB, MN)) = m(\sphericalangle(NP, MN))$	**2p**
	AM, DM sunt înălțimi în triunghiurile echilaterale ABC, respectiv BCD și $BC = 10\text{cm}$, deci $AM = DM = 5\sqrt{3}$ cm	**1p**
	MN este înălțime în triunghiul isoscel AMD, deci $MN = \sqrt{DM^2 - DN^2} = 5\sqrt{2}\text{cm}$ și, cum $MP = NP = 5$ cm, avem $MN^2 = MP^2 + NP^2$, adică ΔMNP este dreptunghic isoscel, de unde obținem $m(\sphericalangle MNP) = m(\sphericalangle(NP, MN)) = 45°$	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 12

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $8\cdot 6-6:2$ este egal cu $\ldots$.

5p **2.** Opt cărți de acelaşi fel costă în total 40 de lei. Două dintre aceste cărți costă în total $\ldots$ lei.

5p **3.** Cel mai mic număr natural care aparţine intervalului $[-3, 4]$ este $\ldots$.

5p **4.** Dreptunghiul $ABCD$ are $AB=6$ cm și $BC=4$ cm . Perimetrul acestui dreptunghi este egal cu $\ldots$ cm.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AD şi BB' are măsura de $\ldots°$.

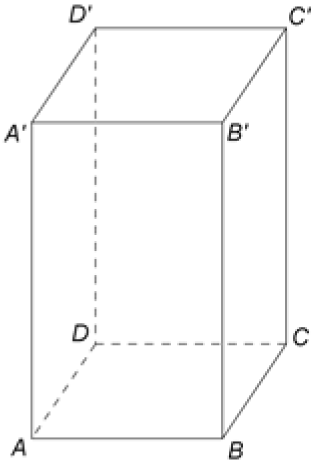
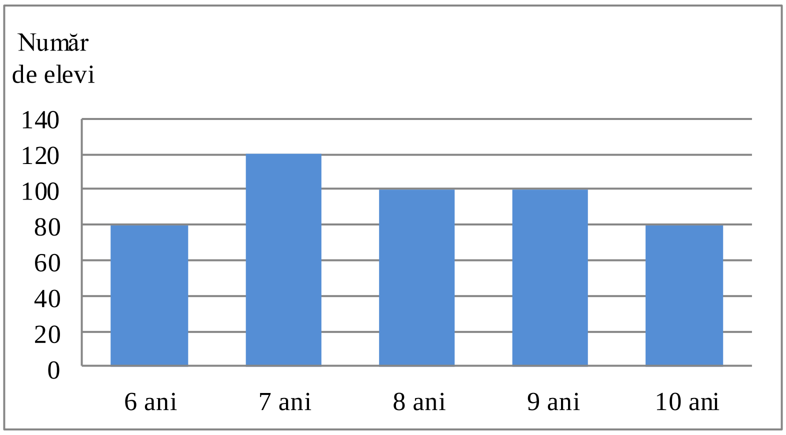


Figura 1

5p **6.** În diagrama de mai jos este prezentată repartiţia după vârstă a elevilor unui club sportiv.



Conform informațiilor din diagramă, numărul elevilor acestui club sportiv care au vârsta de cel mult 8 ani este egal cu $\ldots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un triunghi echilateral ABC .

5p **2.** Ştiind că $a-\dfrac{1}{a}=3$, unde a este număr real nenul, arătaţi că $a^2+\dfrac{1}{a^2}=11$.

5p **3.** Un test conține 30 de întrebări. Pentru fiecare răspuns corect se acordă 5 puncte, iar pentru fiecare răspuns greșit se scad 2 puncte. Nu se acordă puncte din oficiu. Alina, care a răspuns la toate cele 30 de întrebări, a obținut 122 de puncte. Determinați numărul de întrebări din test la care Alina a răspuns corect.

4. Se consideră numerele reale $a = 3 + 2\sqrt{2} + \left|2\sqrt{2} - 3\right|$ și $b = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}\right)$.

5p **a)** Arătați că $a = 6$.

5p **b)** Calculați partea întreagă a numărului $N = \sqrt{a+b}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x) = (2x+3)^2 - (x-3)(x+7) - 2(x-2)^2$, unde x este număr real. Determinați numărul real a pentru care $E(a)$ are cea mai mică valoare posibilă.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 20$ cm, $AD = 10$ cm și $CD = 10$ cm și un pătrat $ADMN$.

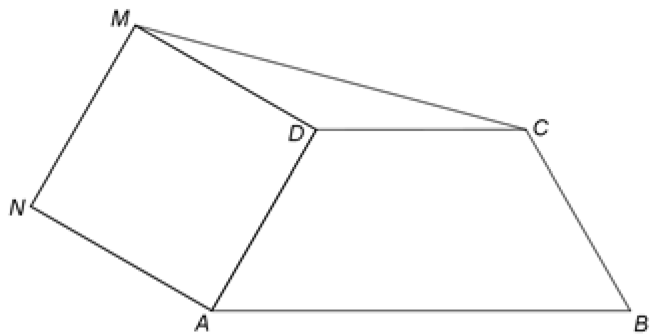


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul trapezului $ABCD$ este egal cu 50 cm.

5p **b)** Calculați măsura unghiului DCM.

5p **c)** Demonstrați că punctele B, D și M sunt coliniare.

2. În *Figura 3* este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu latura de 8 cm și $MO \perp (ABC)$, unde $\{O\} = AC \cap BD$, cu $MO = 4\sqrt{6}$ cm.

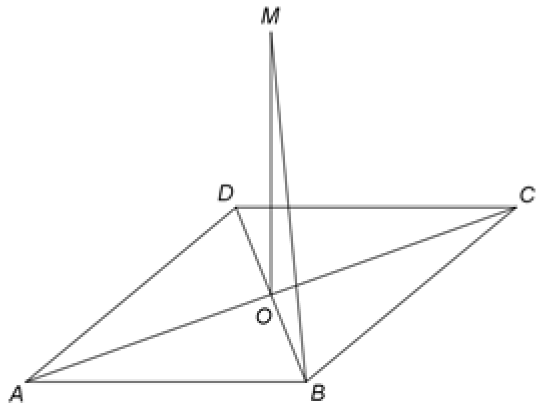


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu $64\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta MB și planul (ABC).

5p **c)** Știind că punctul N este proiecția punctului O pe planul (MBC), demonstrați că N este ortocentrul triunghiului MBC.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 12

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	45	**5p**
2.	10	**5p**
3.	0	**5p**
4.	20	**5p**
5.	90	**5p**
6.	300	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează triunghiul echilateral	**4p**
	Notează triunghiul echilateral ABC	**1p**
2.	$\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=9\Rightarrow a^2-2\cdot a\cdot\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}=9$	**3p**
	$a^2+\frac{1}{a^2}=9+2=11$	**2p**
3.	$5n-2(30-n)=122$, unde n este numărul de întrebări din test la care Alina a răspuns corect	**3p**
	$7n=182\Leftrightarrow n=26$	**2p**
4.	**a)** $a=3+2\sqrt{2}-\left(2\sqrt{2}-3\right)=$	**3p**
	$=3+2\sqrt{2}-2\sqrt{2}+3=6$	**2p**
	b) $b=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{12}}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}}\right)=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{4}}\right)=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$	**3p**
	$N=\sqrt{6+\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}=2{,}5\Rightarrow$ partea întreagă a numărului N este 2	**2p**
5.	$E(x)=4x^2+12x+9-\left(x^2+7x-3x-21\right)-2\left(x^2-4x+4\right)=x^2+16x+22$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(a)=a^2+16a+64-42=(a+8)^2-42$, deci $E(a)$ are cea mai mică valoare posibilă dacă $a+8=0$, deci $a=-8$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ este trapez isoscel $\Rightarrow BC=AD$	**2p**
	$P_{ABCD}=AB+BC+CD+DA=50\text{cm}$	**3p**
	b) $AE=\frac{AB-CD}{2}=5\text{cm}$, unde $DE\perp AB$, $E\in AB$, deci ΔADE dreptunghic cu $AE=\frac{AD}{2}$, deci $m(\sphericalangle ADE)=30^\circ\Rightarrow m(\sphericalangle ADC)=120^\circ$	**2p**
	$m(\sphericalangle MDC)=360^\circ-90^\circ-120^\circ=150^\circ$ şi $DM=DC$, deci $m(\sphericalangle DCM)=\frac{180^\circ-150^\circ}{2}=15^\circ$	**3p**

	c) $\sphericalangle ADC \equiv \sphericalangle BCD$, deci $m(\sphericalangle BCD)=120^\circ$ și, cum $BC=CD$, obținem $m(\sphericalangle BDC)=30^\circ$	**3p**
	$m(\sphericalangle MDB)=m(\sphericalangle MDC)+m(\sphericalangle CDB)=180^\circ$, deci punctele B, D și M sunt coliniare	**2p**
2.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD}=AB^2=$	**2p**
	$=8^2=64\text{cm}^2$	**3p**
	b) $MO\perp(ABC)\Rightarrow m(\sphericalangle(MB,(ABC)))=m(\sphericalangle(MB,OB))=m(\sphericalangle MBO)$	**2p**
	ΔMOB dreptunghic în $O\Rightarrow \text{tg}(\sphericalangle MBO)=\dfrac{MO}{BO}=\dfrac{4\sqrt{6}}{4\sqrt{2}}=\sqrt{3}$, deci $m(\sphericalangle MBO)=60^\circ$	**3p**
	c) $ON\perp(MBC)\Rightarrow ON\perp BC$, $MO\perp BC$ și cum $ON\cap MO=\{O\}\Rightarrow BC\perp(MON)$, de unde $BC\perp MN\Rightarrow MN$ este înălțime în ΔMBC	**2p**
	$BO\perp OC$, $BO\perp MO$ și $OC\cap MO=\{O\}\Rightarrow BO\perp(MOC)\Rightarrow BO\perp MC$	**1p**
	$ON\perp(MBC)\Rightarrow ON\perp MC$, $BO\perp MC$ și cum $ON\cap BO=\{O\}\Rightarrow MC\perp(BON)$, de unde $MC\perp BN\Rightarrow BN$ este înălțime în ΔMBC, deci N este ortocentrul ΔMBC	**2p**

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 13

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $(2+3)\cdot 10-10:5$ este egal cu … .

5p **2.** Dacă $\frac{x+2}{12}=\frac{7}{6}$, atunci x este egal cu … .

5p **3.** Cel mai mare număr natural care aparţine intervalului $[-1,7)$ este … .

5p **4.** Pătratul $ABCD$ are latura de 5 cm. Diagonala acestui pătrat are lungimea egală cu … cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDEFGH$. Unghiul dreptelor AB și DG are măsura de …$^\circ$.

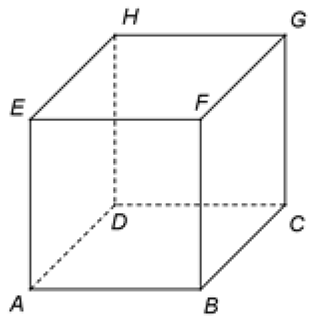
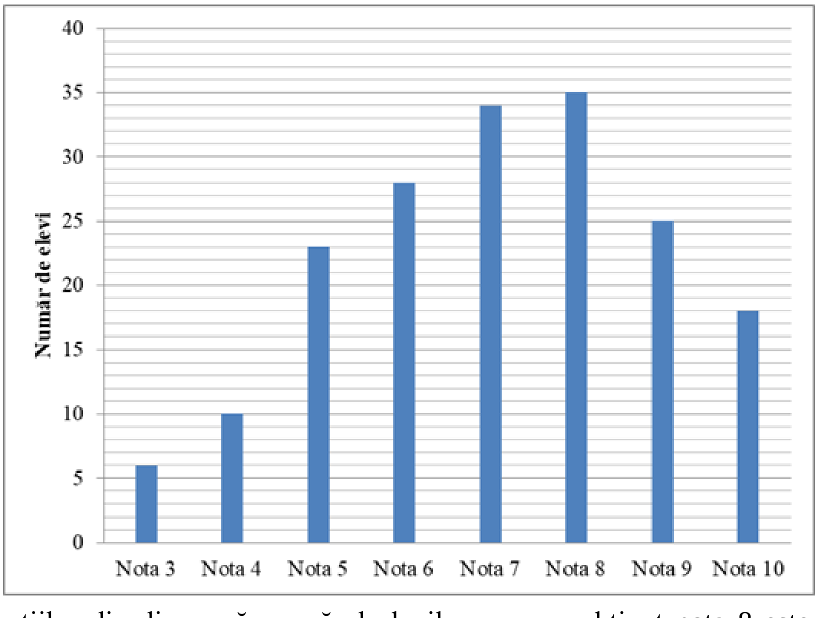


Figura 1

5p **6.** În diagrama de mai jos este prezentată repartiția notelor obţinute la un test inițial la matematică, de elevii claselor a VIII-a dintr-o școală.



Conform informațiilor din diagramă, numărul elevilor care au obținut nota 8 este mai mare decât numărul elevilor care au obținut nota 4 cu … .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$.

5p **2.** Determinați numerele prime a, b și c, știind că $a<b<c$ și $\overline{ab}+\overline{bc}+\overline{ca}=154$.

5p **3.** Preţul unui obiect este 360 de lei. După o ieftinire cu $p\%$ din preţul obiectului, urmată de o nouă ieftinire cu 25%, noul preț va fi 243 de lei. Determinați numărul p.

4. Se consideră numerele reale $x=2\sqrt{3}\left(\sqrt{75}-2\sqrt{108}+\sqrt{243}\right)$ și $y=\left(\frac{2}{5\sqrt{7}}+\frac{5}{2\sqrt{7}}\right)\cdot\sqrt{700}-\sqrt{(-2)^2}$.

5p **a)** Arătați că $x=12$.

5p **b)** Calculați diferența dintre media aritmetică și media geometrică a numerelor x și y.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x+3)^2+x(x-15)-4(x-1)^2+1$, unde x este număr real. Calculați $N=a^2+b^2$, unde a și b, cu $a<b$, sunt numerele reale pentru care $E(x)=(x+a)(x+b)$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AB=18$ cm și $m(\sphericalangle ABC)=60°$.

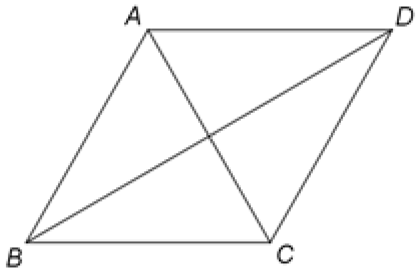


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul rombului $ABCD$ este egal cu 72 cm.

5p **b)** Arătați că lungimea diagonalei BD este egală cu $18\sqrt{3}$ cm.

5p **c)** Pe laturile AB, BC, CD și DA ale rombului $ABCD$ se consideră punctele M, N, P, respectiv Q, astfel încât $MN \parallel AC$ și $MNPQ$ este pătrat. Demonstrați că $\left(\sqrt{3}+1\right)MN=BD$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un triunghi dreptunghic ABC cu $AB\perp AC$, $AB=4\sqrt{10}$ cm, $AC=12\sqrt{10}$ cm și $PA\perp(ABC)$, $PA=12$ cm. Punctul D este proiecția punctului A pe dreapta BC.

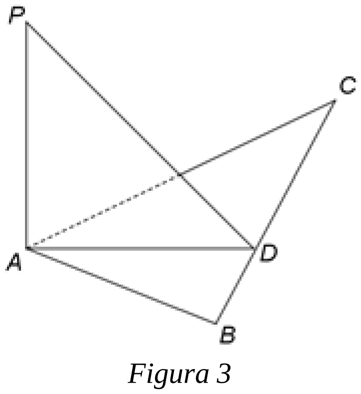


Figura 3

5p **a)** Arătați că $BC=40$ cm.

5p **b)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta PD și planul (ABC).

5p **c)** Demonstrați că numărul care reprezintă distanța, măsurată în centimetri, de la punctul A la planul (PBC) aparține mulțimii $I=(8,46;8,52)$. Se presupune cunoscut faptul că $1,41<\sqrt{2}<1,42$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 13

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	48	**5p**
2.	12	**5p**
3.	6	**5p**
4.	$5\sqrt{2}$	**5p**
5.	45	**5p**
6.	25	**5p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic	**4p**
	Notează paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$	**1p**
2.	$11(a+b+c)=154$, deci $a+b+c=14$, care este număr par, deci nu toate numerele a, b și c sunt impare	**2p**
	Cum $a<b<c$ și numerele a, b și c sunt prime, obținem că $a=2$, $b=5$ și $c=7$	**3p**
3.	$x-\frac{25}{100}\cdot x=243$, unde x este prețul obiectului după ieftinirea cu $p\%$, deci $x=324$	**2p**
	$360-\frac{p}{100}\cdot 360=324 \Rightarrow \frac{p}{100}\cdot 360=36$, deci $p=10$	**3p**
4.	**a)** $x=2\sqrt{3}\left(5\sqrt{3}-2\cdot 6\sqrt{3}+9\sqrt{3}\right)=$	**3p**
	$=2\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3}=12$	**2p**
	b) $y=\frac{2\cdot 2+5\cdot 5}{10\sqrt{7}}\cdot 10\sqrt{7}-\lvert -2\rvert=29-2=27$	**2p**
	$m_a=\frac{x+y}{2}=\frac{12+27}{2}=19{,}5$ și $m_g=\sqrt{xy}=\sqrt{12\cdot 27}=18$, deci diferența dintre media aritmetică și media geometrică a numerelor x și y este egală cu $m_a-m_g=19{,}5-18=1{,}5$	**3p**
5.	$E(x)=4x^2+12x+9+x^2-15x-4\left(x^2-2x+1\right)+1=5x^2-3x+9-4x^2+8x-4+1=x^2+5x+6$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(x)=(x+2)(x+3)$, pentru orice număr real $x \Rightarrow a=2$ și $b=3$, deci $N=13$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	**a)** $P_{ABCD}=4AB=$	**3p**
	$=4\cdot 18=72$ cm	**2p**
	b) $ABCD$ romb $\Rightarrow BO\perp AC$, unde $AC\cap BD=\{O\}$, deci BO este înălțime în triunghiul echilateral ABC, deci $BO=9\sqrt{3}$ cm	**3p**
	O este mijlocul segmentului $BD \Rightarrow BD=2BO=18\sqrt{3}$ cm	**2p**

	c) $MN \parallel AC \Rightarrow \Delta BMN \sim \Delta BAC \Rightarrow \frac{MN}{AC}=\frac{BM}{BA}$ și, cum $MNPQ$ pătrat și $AC \perp BD$, obținem $MQ \parallel BD$, deci $\Delta AMQ \sim \Delta ABD \Rightarrow \frac{MQ}{BD}=\frac{AM}{AB}$, de unde obținem $\frac{MN}{AC}+\frac{MQ}{BD}=\frac{AM}{AB}+\frac{BM}{BA}=1$	**3p**
	$\frac{MN}{18}+\frac{MN}{18\sqrt{3}}=1 \Rightarrow \left(\sqrt{3}+1\right)MN=18\sqrt{3}$ cm, deci $\left(\sqrt{3}+1\right)MN=BD$	**2p**
2.	**a)** ΔABC este dreptunghic în A, deci $BC^2=AB^2+AC^2=\left(4\sqrt{10}\right)^2+\left(12\sqrt{10}\right)^2$	**2p**
	$BC=\sqrt{160+1440}=\sqrt{1600}=40$ cm	**3p**
	b) $PA \perp (ABC) \Rightarrow \sphericalangle\left(PD,(ABC)\right)=\sphericalangle(PD,AD)=\sphericalangle PDA$	**2p**
	ΔABC este dreptunghic în A și $AD \perp BC \Rightarrow AD=\frac{AB\cdot AC}{BC}=\frac{4\sqrt{10}\cdot 12\sqrt{10}}{40}=12$ cm și, cum $PA=12$ cm și $PA \perp AD$, obținem că ΔPAD este dreptunghic isoscel, deci $m(\sphericalangle PDA)=45°$	**3p**
	c) $BC \perp PA$, $BC \perp AD$ și $PA \cap AD=\{A\} \Rightarrow BC \perp (PAD)$ și, cum $AM \subset (PAD)$, unde $M \in PD$ astfel încât $AM \perp PD$, obținem $BC \perp AM$	**2p**
	$AM \perp BC$, $AM \perp PD$ și $BC \cap PD=\{D\} \Rightarrow AM \perp (PBC)$, deci $d\left(A,(PBC)\right)=AM$	**1p**
	ΔPAD este dreptunghic isoscel cu $PA=12$ cm, deci $AM=6\sqrt{2}$ cm și, cum $1,41<\sqrt{2}<1,42$, obținem $8,46<AM<8,52$, deci distanța, măsurată în centimetri, de la punctul A la planul (PBC) aparține mulțimii $I=(8,46;8,52)$	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 14

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $(4+7)\cdot 6-2\cdot 3$ este egal cu ... .

5p **2.** Zece caiete de acelaşi fel costă în total 30 de lei. Şapte dintre aceste caiete costă în total ... lei.

5p **3.** Scrisă sub formă de interval, mulțimea $M=\{x\in\mathbb{R}\mid -3\leq x\leq 4\}$ este egală cu ... .

5p **4.** Perimetrul unui romb este egal cu $48\,\text{cm}$. Lungimea laturii acestui romb este egală cu ... cm.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o prismă triunghiulară cu baza triunghi echilateral. Unghiul dreptelor AB și $A'C'$ are măsura de ... $^\circ$.

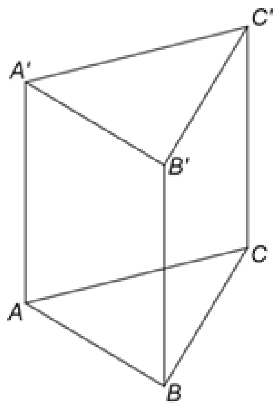
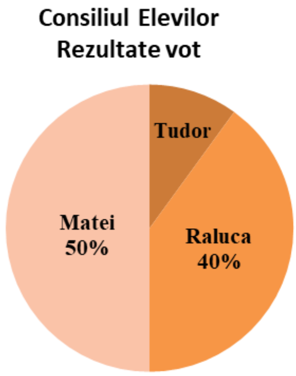


Figura 1

5p **6.** Rezultatele votului pentru alegerea reprezentantului consiliului elevilor unei şcoli sunt prezentate în diagrama de mai jos.



Conform informațiilor din diagramă, numărul elevilor din școală care au votat cu Matei este mai mare decât numărul elevilor care au votat cu Tudor de ... ori.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDEFGH$.

5p **2.** Determinați numerele naturale $\overline{abc}$ cu $a<b<c$, știind că $\overline{ab}+\overline{bc}+\overline{ca}=132$ și că b este media aritmetică a numerelor a și c.

5p **3.** Mihai a primit de la părinți o sumă de bani. După ce a cheltuit două cincimi din această sumă și apoi 25% din rest, lui Mihai i-au mai rămas 54 de lei. Calculați suma de bani pe care a primit-o Mihai de la părinți.

4. Se consideră numerele reale $x=\left(3\sqrt{20}-2\sqrt{45}+\sqrt{405}\right)\cdot 0,(3)$ și $y=\left(\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}+\frac{3\sqrt{15}}{\sqrt{20}}+\frac{\sqrt{189}}{\sqrt{28}}\right):\frac{3}{\sqrt{3}}-\left|2\sqrt{5}-5\right|$.

5p **a)** Arătați că $x=3\sqrt{5}$.

5p **b)** Determinați numărul prim p, știind că numărul natural $N=\left(x+y\right)^{2020}$ este divizibil cu p.

5p **5.** Se consideră expresia $E\left(x\right)=2\left(x+3\right)^2-3\left(x-1\right)\left(x+3\right)+\left(x-2\right)^2-31$, unde x este număr real. Calculați valoarea absolută a numărului $A=E\left(1\right)-E\left(2\right)+E\left(3\right)-E\left(4\right)+\ldots+E\left(2019\right)-E\left(2020\right)$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AD=6$ cm și $AB=16$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB, respectiv CD. Punctele E și F sunt situate pe segmentele BM, respectiv DN, astfel încât $EF\perp MN$ și $ME=NF=6$ cm.

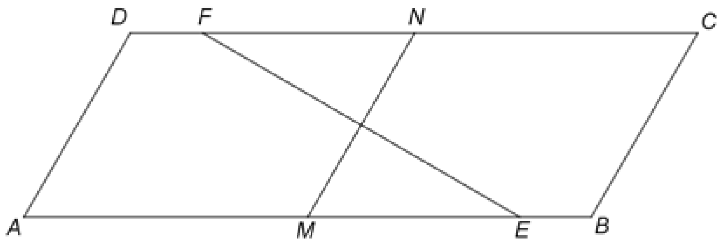


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu 44 cm.

5p **b)** Demonstrați că dreapta MN este mediatoarea segmentului EF.

5p **c)** Calculați aria paralelogramului $ABCD$.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă triunghiulară $VABC$ cu baza triunghiul echilateral ABC, $AB=12$ cm și înălțimea VO, unde punctul O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC. Punctul M este mijlocul segmentului BC și $VM=6$ cm.

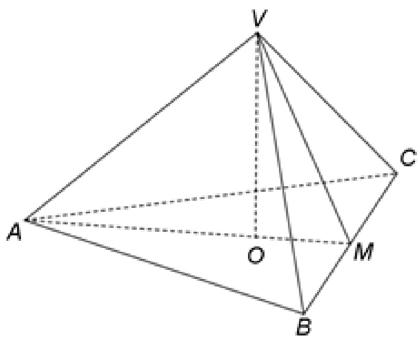


Figura 3

5p **a)** Arătați că $AM=6\sqrt{3}$ cm.

5p **b)** Arătați că $AV\perp\left(VBC\right)$.

5p **c)** Demonstrați că tangenta unghiului dintre dreapta AM și planul $\left(VBC\right)$ este egală cu $\sqrt{2}$.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 14

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	60	**5p**
2.	21	**5p**
3.	$[-3,4]$	**5p**
4.	12	**5p**
5.	60	**5p**
6.	5	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic	**4p**
	Notează paralelipipedul dreptunghic $ABCDEFGH$	**1p**
2.	$11(a+b+c)=132$, deci $a+b+c=12$ și, cum $b=\dfrac{a+c}{2}$, obținem $b=4$ și $a+c=8$	**3p**
	a, b și c sunt cifre, $a<b<c \Rightarrow a=1$, $c=7$ sau $a=2$, $c=6$ sau $a=3$, $c=5$, deci numerele sunt 147, 246 și 345	**2p**
3.	$\dfrac{2}{5}\cdot x+\dfrac{25}{100}\cdot\left(x-\dfrac{2}{5}\cdot x\right)+54=x$, unde x este suma primită de Mihai de la părinți	**3p**
	$\dfrac{2x}{5}+\dfrac{3x}{20}+54=x$, deci $x=120$ de lei	**2p**
4.	**a)** $x=\left(6\sqrt{5}-6\sqrt{5}+9\sqrt{5}\right)\cdot\dfrac{1}{3}=$	**3p**
	$=9\sqrt{5}\cdot\dfrac{1}{3}=3\sqrt{5}$	**2p**
	b) $y=\left(2\sqrt{3}+\dfrac{3\sqrt{15}}{2\sqrt{5}}+\dfrac{3\sqrt{21}}{2\sqrt{7}}\right)\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{3}-\left(5-2\sqrt{5}\right)=5\sqrt{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{3}-5+2\sqrt{5}=2\sqrt{5}$	**3p**
	$N=\left(3\sqrt{5}+2\sqrt{5}\right)^{2020}=\left(5\sqrt{5}\right)^{2020}=5^{3030}$ și, cum p este număr prim, obținem $p=5$	**2p**
5.	$E(x)=2\left(x^2+6x+9\right)-3\left(x^2+3x-x-3\right)+x^2-4x+4-31=$ $=2x^2+12x+18-3x^2-6x+9+x^2-4x-27=2x$, pentru orice număr real x	**3p**
	$A=2\cdot1-2\cdot2+2\cdot3-2\cdot4+\ldots+2\cdot2019-2\cdot2020=2\left(1-2+3-4+\ldots+2019-2020\right)=$ $=2\left(\left(1-2\right)+\left(3-4\right)+\ldots+\left(2019-2020\right)\right)=2\cdot(-1)\cdot1010=-2020$, deci valoarea absolută a numărului A este 2020	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $P_{ABCD}=2(AB+AD)=2(16+6)=$	**2p**
	$=2\cdot 22=44\text{cm}$	**3p**
	b) $ME=NF$ şi $ME \parallel NF \Rightarrow MENF$ paralelogram	**2p**
	MN trece prin mijlocul segmentului EF și $MN\perp EF$, deci dreapta MN este mediatoarea segmentului EF	**3p**
	c) $MENF$ paralelogram și $MN\perp EF$, deci $MENF$ romb, de unde obținem $ME=NE=6\text{cm}$ și, cum $MN=AD=6\text{cm}$, obținem că ΔMNE este echilateral	**2p**
	Înălțimea triunghiului echilateral MNE este egală cu $3\sqrt{3}\text{cm}$ și $ABCD$ este paralelogram, deci $\mathcal{A}_{ABCD}=AB\cdot d(N,AB)=16\cdot 3\sqrt{3}=48\sqrt{3}\ \text{cm}^2$	**3p**
2.	**a)** ΔABC este echilateral și M este mijlocul segmentului BC, deci $AM=\sqrt{AB^2-BM^2}=$	**3p**
	$=\sqrt{144-36}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$ cm	**2p**
	b) O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC și $VO\perp(ABC)$, deci $AV=BV=CV$ și, cum ΔABC este echilateral, obținem $\Delta VAB\equiv\Delta VBC\equiv\Delta VAC$	**2p**
	VM este mediană în ΔVBC și $VM=\dfrac{BC}{2}\Rightarrow BV\perp CV$, deci $AV\perp BV$, $AV\perp CV$ și, cum $BV\cap CV=\{V\}$, obținem $AV\perp(VBC)$	**3p**
	c) $AV\perp(VBC)\Rightarrow \sphericalangle(AM,(VBC))=\sphericalangle(AM,VM)=\sphericalangle AMV$	**2p**
	$AV\perp(VBC)\Rightarrow AV\perp VM\Rightarrow AV=\sqrt{AM^2-VM^2}=6\sqrt{2}\,\text{cm}$, deci $\text{tg}(\sphericalangle AMV)=\dfrac{AV}{VM}=\sqrt{2}$	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 15

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $35-35:(2+5)$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Numărul care reprezintă un sfert din 20 este egal cu $\dots$.

5p **3.** Cel mai mare număr natural, care este multiplu de 20, din mulțimea $A=\{10,20,30,\dots,90\}$ este $\dots$.

5p **4.** Un cerc are lungimea egală cu 12π cm. Diametrul acestui cerc este egal cu $\dots$ cm.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=5$ cm. Lungimea segmentului BB' este egală cu $\dots$ cm.

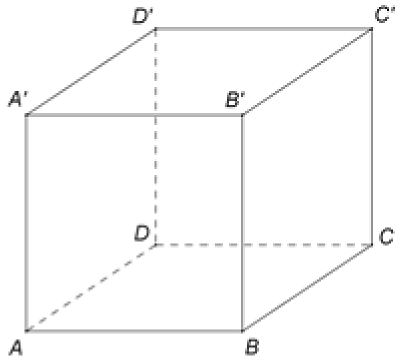


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este prezentată repartiţia elevilor unei clase a VIII-a, în funcție de mediile obținute la matematică, pe semestrul I.

Media	4	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	1	4	5	7	6	5	2

Conform informațiilor din tabel, numărul elevilor din această clasă care au obținut la matematică, pe semestrul I, cel puțin media 9 este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un tetraedru $ABCD$.

5p **2.** Determinați numărul natural a, știind că restul împărțirii numărului $\overline{33a}$ la un număr natural de o cifră este egal cu 8.

5p **3.** Media aritmetică a două numere naturale este egală cu 12. Determinaţi cele două numere, ştiind că unul dintre numere este de trei ori mai mare decât celălalt.

4. Se consideră numerele reale $x=7\sqrt{24}-3\sqrt{3}\left(8\sqrt{3}-2\left(4\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)\right)$ și $y=\left(\frac{7}{6\sqrt{2}}-\frac{5}{3\sqrt{2}}+\frac{3}{4\sqrt{2}}\right):\frac{1}{\sqrt{288}}$.

5p **a)** Arătați că $x=2\sqrt{6}$.

5p **b)** Demonstrați că $\left|x-y\sqrt{3}\right|=-x+y\sqrt{3}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x-1)^2-3(x-2)(x+1)+(x+1)^2-x-8$, unde x este număr real. Demonstrați că, pentru orice număr real nenul a, media geometrică a numerelor $E(a)$ și $E\left(\frac{1}{a}\right)$ este număr natural.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB = 12$ cm și punctul D este situat pe dreapta BC astfel încât $BC = 2BD$ și $B \in (CD)$. Semidreapta BM, $M \in AD$, este bisectoarea unghiului ABD și N este punctul de intersecție dintre AB și paralela prin M la BC.

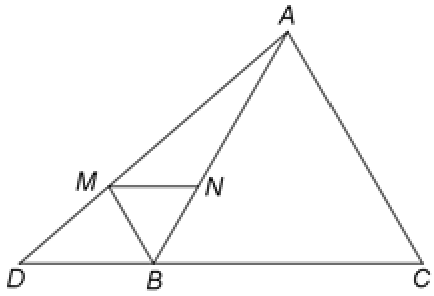


Figura 2

5p **a)** Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $36\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că triunghiurile BMN și ABC sunt asemenea.

5p **c)** Arătați că distanța de la B la AD este egală cu $\frac{6\sqrt{21}}{7}$ cm.

2. În *Figura 3* este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB = 10$ cm și dreptele AM, BN și CP, perpendiculare pe planul (ABC), astfel încât $AM = 10\sqrt{3}$ cm, $BN = 5\sqrt{3}$ cm și $CP = 5\sqrt{3}$ cm, iar punctele M, N și P sunt de aceeași parte a planului (ABC).

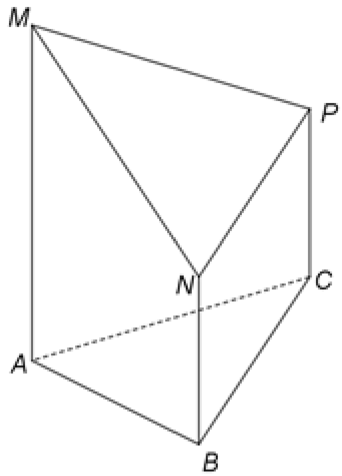


Figura 3

5p **a)** Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 30 cm.

5p **b)** Demonstrați că dreapta BC este paralelă cu planul (ANP).

5p **c)** Determinați distanța de la punctul A la planul (MNP).

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 15

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	30	**5p**
2.	5	**5p**
3.	80	**5p**
4.	12	**5p**
5.	5	**5p**
6.	7	**5p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	Desenează tetraedrul	**4p**
	Notează tetraedrul $ABCD$	**1p**
2.	Împărțitorul este număr natural de o cifră și restul este 8, deci împărțitorul este 9	**2p**
	$330 \le \overline{33a} \le 339$ și $\overline{33a} = 9C + 8$, unde C este câtul împărțirii, deci $C = 36$, de unde obținem $a = 2$	**3p**
3.	Media aritmetică a numerelor este $\frac{x+3x}{2} = 12$, unde x este numărul mai mic	**2p**
	Cum $4x = 24$, obținem $x = 6$, deci cele două numere sunt 6 și 18	**3p**
4.	**a)** $x = 14\sqrt{6} - 3\sqrt{3}\left(8\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 4\sqrt{2}\right) =$	**3p**
	$= 14\sqrt{6} - 12\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$	**2p**
	b) $y = \left(\frac{7\sqrt{2}}{12} - \frac{5\sqrt{2}}{6} + \frac{3\sqrt{2}}{8}\right) \cdot 12\sqrt{2} = \frac{14\sqrt{2} - 20\sqrt{2} + 9\sqrt{2}}{24} \cdot 12\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{24} \cdot 12\sqrt{2} = 3$	**3p**
	$\left\lvert x - y\sqrt{3}\right\rvert = \left\lvert 2\sqrt{6} - 3\sqrt{3}\right\rvert$ și, cum $2\sqrt{6} = \sqrt{24} < \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \Rightarrow \left\lvert 2\sqrt{6} - 3\sqrt{3}\right\rvert = -2\sqrt{6} + 3\sqrt{3}$, obținem $\left\lvert x - y\sqrt{3}\right\rvert = -x + y\sqrt{3}$	**2p**
5.	$E(x) = 4x^2 - 4x + 1 - 3\left(x^2 + x - 2x - 2\right) + x^2 + 2x + 1 - x - 8 =$ $= 4x^2 - 4x + 1 - 3x^2 + 3x + 6 + x^2 + 2x + 1 - x - 8 = 2x^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$m_g = \sqrt{E(a) \cdot E\left(\frac{1}{a}\right)} = \sqrt{2a^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{a^2}} = \sqrt{4} = 2$, care este număr natural	**2p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	**a)** $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{12^2\sqrt{3}}{4} =$	**2p**
	$= \frac{144\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**3p**

	b) $m(\sphericalangle ABC)=60^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle ABD)=120^\circ$ și, cum semidreapta BM este bisectoarea unghiului ABD, obținem $m(\sphericalangle ABM)=60^\circ$	**2p**
	$\sphericalangle MNB$, $\sphericalangle ABC$ sunt alterne interne, $MN \parallel BC$, secanta AB, deci $m(\sphericalangle MNB)=60^\circ \Rightarrow \Delta BMN$ este echilateral, deci $\Delta BMN \sim \Delta ABC$	**3p**
	c) $BD=6\text{cm}$, $AE=6\sqrt{3}\text{cm}$, unde E este mijlocul laturii BC și, cum ΔAED este dreptunghic, obținem $AD=6\sqrt{7}$ cm	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABD}=\frac{AE\cdot BD}{2}=\frac{d(B,AD)\cdot AD}{2}$, deci $d(B,AD)=\frac{AE\cdot BD}{AD}=\frac{6\sqrt{3}\cdot 6}{6\sqrt{7}}=\frac{6\sqrt{21}}{7}$ cm	**3p**
2.	**a)** $P_{\Delta ABC}=3AB=$	**2p**
	$=3\cdot 10=30$ cm	**3p**
	b) $BN\perp(ABC)$, $CP\perp(ABC)\Rightarrow BN \parallel CP$ și, cum $BN=CP$, obținem $BCPN$ paralelogram	**2p**
	$BC \parallel NP$ și $NP\subset(ANP)$, deci $BC \parallel (ANP)$	**3p**
	c) $AE\perp NP$, unde $E\in NP$ și, cum $\Delta ABN\equiv\Delta ACP\Rightarrow AN=AP$, obținem că E este mijlocul segmentului NP	**1p**
	D și Q sunt mijloacele segmentelor BC și AM, deci $AD=5\sqrt{3}$ cm, de unde obținem că $ADEQ$ este pătrat și ΔMEQ este dreptunghic isoscel, deci $m(\sphericalangle AEM)=45^\circ+45^\circ=90^\circ$	**2p**
	$AE\perp NP$, $AE\perp ME$ și $NP\cap ME=\{E\}\Rightarrow AE\perp(MNP)\Rightarrow d(AE,(MNP))=AE=5\sqrt{6}$ cm	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 16

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $(7+3):5-2$ este egal cu … .

5p **2.** Dacă $\frac{x}{12}=\frac{5}{4}$, atunci x este egal cu ... .

5p **3.** Cel mai mic număr natural de două cifre este egal cu … .

5p **4.** Pătratul $ABCD$ are $AB=6$ cm. Aria acestui pătrat este egală cu … cm^2.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o prismă patrulateră cu baza dreptunghiul $ABCD$. Unghiul dreptelor AB și $B'C'$ are măsura de … °.

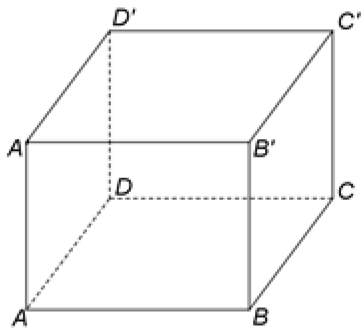


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile înregistrate la o stație meteorologică, la aceeași oră, în fiecare zi a unei săptămâni din luna aprilie.

Ziua	Luni	Marţi	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Temperatura (°C)	18	16	15	19	17	20	14

Conform informațiilor din tabel, media temperaturilor înregistrate în acea săptămână este egală cu … °C .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un triunghi isoscel cu vârful A și baza BC.

5p **2.** Calculaţi media aritmetică a numerelor reale $x=\left(3^2\right)^{40}:3^{76}-10$ și $y=\left(2^{40}+2^{41}+2^{42}\right):2^{38}+2020^0$.

5p **3.** Un autoturism a parcurs un traseu în trei zile. În prima zi autoturismul a parcurs 30% din lungimea traseului, în a doua zi jumătate din restul traseului, iar a treia zi autoturismul a parcurs restul de 350 km. Calculați lungimea întregului traseu.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{4}{5}\right)\cdot 30$ și $b=\left(\frac{3}{\sqrt{27}}-\frac{8}{\sqrt{12}}+\frac{5}{\sqrt{75}}\right):\frac{\sqrt{3}}{12}$.

5p **a)** Arătați că $a=49$.

5p **b)** Calculați $\left(\sqrt{a}+b\right)^{2020}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(3x-1)^2-7(x+1)(x-2)-(x+3)^2$, unde x este număr real. Arătați că $E(0)\cdot E(1)\cdot E(2)\cdot\ldots\cdot E(2020)=0$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 6\,\text{cm}$ şi $BC = 10\,\text{cm}$. Punctele M și N sunt situate pe laturile BC, respectiv AD, astfel încât $BM = 8\,\text{cm}$ și $AN = 2\,\text{cm}$. Punctul E este proiecția punctului D pe dreapta MN.

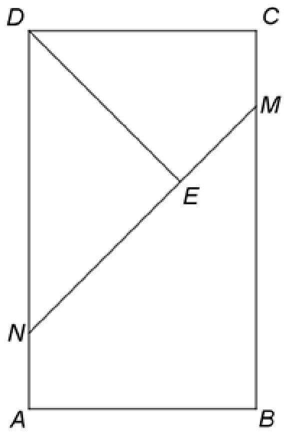


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu $32\,\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că ΔDEN este dreptunghic isoscel.

5p **c)** Demonstrați că, dacă $BF \perp MN$, $F \in MN$, atunci $BEDF$ este paralelogram.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu $ABCD$ pătrat, $AB = 10\,\text{cm}$, $VO = 5\sqrt{3}$ cm și $VO \perp (ABC)$, unde O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD. Punctele M, N și P sunt mijloacele segmentelor BC, CD și, respectiv, CV.

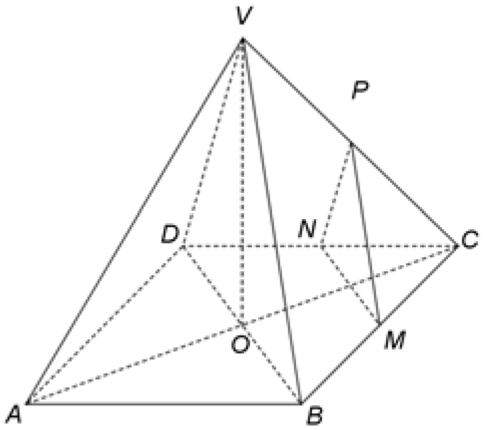


Figura 3

5p **a)** Arătați că $AC = 10\sqrt{2}$ cm.

5p **b)** Demonstrați că planele (MNP) și (BDV) sunt paralele.

5p **c)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta VM și planul (ABC).

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 16

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	0	**5p**
2.	15	**5p**
3.	10	**5p**
4.	36	**5p**
5.	90	**5p**
6.	17	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează triunghiul isoscel	**4p**
	Notează triunghiul isoscel cu vârful A și baza BC	**1p**
2.	$x=3^{80}:3^{76}-10=3^4-10=81-10=71$	**2p**
	$y=2^{40}\left(1+2+2^2\right):2^{38}+1=2^2\cdot 7+1=29$, deci media aritmetică a numerelor x și y este egală cu $m_a=\frac{x+y}{2}=\frac{71+29}{2}=50$	**3p**
3.	$\frac{30}{100}\cdot x+\frac{1}{2}\left(x-\frac{30}{100}\cdot x\right)+350=x$, unde x este lungimea traseului parcurs în cele trei zile	**3p**
	$x=1000$ km	**2p**
4.	**a)** $a=\frac{10+15+24}{30}\cdot 30=$	**3p**
	$=\frac{49}{30}\cdot 30=49$	**2p**
	b) $b=\left(\frac{3}{3\sqrt{3}}-\frac{8}{2\sqrt{3}}+\frac{5}{5\sqrt{3}}\right):\frac{\sqrt{3}}{12}=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{4}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right):\frac{\sqrt{3}}{12}=-\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{12}{\sqrt{3}}=-\frac{24}{3}=-8$	**3p**
	$\left(\sqrt{a}+b\right)^{2020}=\left(\sqrt{49}+(-8)\right)^{2020}=(7-8)^{2020}=(-1)^{2020}=1$	**2p**
5.	$E(x)=9x^2-6x+1-7x^2+14x-7x+14-x^2-6x-9=x^2-5x+6$, pentru orice număr real x	**3p**
	Cum $E(2)=0$, obținem $E(0)\cdot E(1)\cdot E(2)\cdot\ldots\cdot E(2020)=0$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ este dreptunghi, deci $P_{ABCD}=2(AB+BC)=$	**3p**
	$=2(10+6)=32\text{cm}$	**2p**
	b) $MCDP$ este dreptunghi, unde $MP\perp AD$ și $P\in AD$, deci $MP=6\text{cm}$ și $DP=2\text{cm}$, deci $NP=6\text{cm}$, de unde obținem că ΔMNP este dreptunghic isoscel, deci $m(\sphericalangle MNP)=45°$	**3p**
	ΔDEN este dreptunghic în E și $m(\sphericalangle DNE)=45°$, deci ΔDEN este dreptunghic isoscel	**2p**

	c) $DN \parallel BM$, deci $\sphericalangle DNE \equiv \sphericalangle BMF$ și, cum $DN = BM$ și triunghiurile DNE și BMF sunt dreptunghice, obținem $\Delta DNE \equiv \Delta BMF$	**3p**
	$DE \perp MN$, $BF \perp MN \Rightarrow DE \parallel BF$ și, cum $DE = BF$, obținem că $BEDF$ este paralelogram	**2p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} =$	**3p**
	$= \sqrt{100 + 100} = 10\sqrt{2}\,\text{cm}$	**2p**
	b) M, N sunt mijloacele segmentelor BC, respectiv CD, deci MN este linie mijlocie în ΔBCD și M, P sunt mijloacele segmentelor BC, respectiv CV, deci MP este linie mijlocie în ΔVBC	**2p**
	$MN \parallel BD$, $MP \parallel BV$, $MN \cap MP = \{M\}$ și $BD \cap BV = \{B\}$, deci $(MNP) \parallel (BDV)$	**3p**
	c) $VO \perp (ABC) \Rightarrow m(\sphericalangle(VM,(ABC))) = m(\sphericalangle(VM,OM)) = m(\sphericalangle VMO)$	**2p**
	OM este linie mijlocie în ΔABC, deci $OM = 5\,\text{cm}$ și, cum $VO = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$ și ΔVOM este dreptunghic, obținem $\operatorname{tg}(VMO) = \dfrac{VO}{OM} = \sqrt{3}$, deci $m(\sphericalangle VMO) = 60^\circ$	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 17

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $28:4-2$ este egal cu … .

5p **2.** Dacă $\frac{a+6}{6}=\frac{4}{3}$, atunci a este egal cu ... .

5p **3.** Cel mai mic număr întreg din intervalul $(-2,10]$ este egal cu … .

5p **4.** Perimetrul unui triunghi echilateral este egal cu $24\,\text{cm}$. Lungimea unei laturi a acestui triunghi este egală cu … cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AD' și BC are măsura de …° .

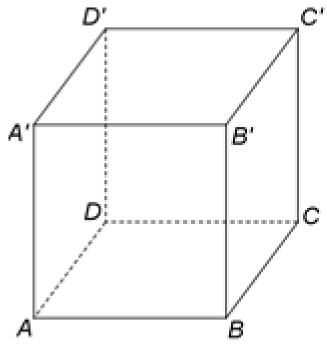


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este dată o dependenţă funcţională.

x	-2	0	m
$y=x+2$	0	2	5

Conform informațiilor din tabel, numărul real m este egal cu … .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelogram $ABCD$.

5p **2.** Arătați că, pentru orice număr natural n, numărul $a=4^{n+2}+2^{2n}-2^{2n+3}$ este pătratul unui număr natural.

5p **3.** Bianca a plecat în excursie cu o sumă de bani. A plătit 40% din sumă pentru cazare și trei cincimi din rest pentru biletele la obiectivele turistice. Știind că i-au rămas 96 de lei, determinați suma de bani cu care a plecat Bianca în excursie.

4. Se consideră numerele reale $x=\sqrt{3^2+4^2}\cdot\sqrt{3^2\cdot 4^2}$ și $y=\left(\sqrt{12}+\sqrt{48}-\sqrt{27}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}$.

5p **a)** Arătați că $x=60$.

5p **b)** Determinați numărul real z, știind că media aritmetică a numerelor x, y și z este egală cu 30.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(4x-5)^2-2\left(8x^2-30x+25\right)+(2x-5)^2$, unde x este număr real. Arătați că $E(-x)=E(x)$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 6\sqrt{3}\text{cm}$ și $AD = 6\text{cm}$. Punctele M, N, P și Q sunt situate pe laturile AB, BC, CD și, respectiv DA, astfel încât $BM = PD$ și $AQ = NC$, iar O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD.

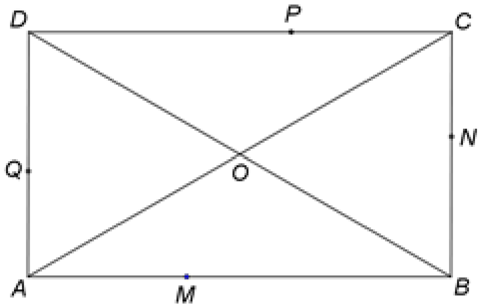


Figura 2

5p **a)** Arătați că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $36\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că triunghiul AOD este echilateral.

5p **c)** Demonstrați că dreptele MP, NQ și BD sunt concurente.

2. În *Figura 3* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 12\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$ și $AA' = 8\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor BC' și $B'C$.

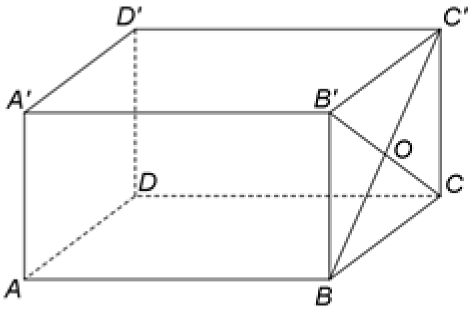


Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu 36cm.

5p **b)** Calculați distanța de la punctul O la dreapta AA'.

5p **c)** Demonstrați că dreapta $C'M$ este paralelă cu planul $(AA'O)$, unde M este mijlocul segmentului $A'D'$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 17

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	5	**5p**
2.	2	**5p**
3.	-1	**5p**
4.	8	**5p**
5.	45	**5p**
6.	3	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelogramul Notează paralelogramul $ABCD$	**4p** **1p**
2.	$a=\left(2^2\right)^{n+2}+2^{2n}-2^{2n+3}=2^{2n+4}+2^{2n}-2^{2n+3}=2^{2n}\left(2^4+1-2^3\right)=$ $=2^{2n}\cdot 9=2^{2n}\cdot 3^2=\left(2^n\cdot 3\right)^2$, pentru orice număr natural n	**3p** **2p**
3.	$\frac{40}{100}\cdot x+\frac{3}{5}\cdot\left(x-\frac{40}{100}\cdot x\right)+96=x$, unde x este suma de bani cu care a plecat Bianca în excursie $x=400$ de lei	**3p** **2p**
4.	**a)** $x=\sqrt{9+16}\cdot 3\cdot 4=$ $=\sqrt{25}\cdot 12=60$	**3p** **2p**
	b) $y=\left(2\sqrt{3}+4\sqrt{3}-3\sqrt{3}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}=3$ $\frac{x+y+z}{3}=30$, deci $60+3+z=90$, de unde obținem $z=27$	**3p** **2p**
5.	$E(x)=16x^2-40x+25-16x^2+60x-50+4x^2-20x+25=4x^2$, pentru orice număr real x Cum $E(-x)=4(-x)^2=4x^2$, pentru orice număr real x, obținem $E(-x)=E(x)$, pentru orice număr real x	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD}=AB\cdot AD=$ $=6\sqrt{3}\cdot 6=36\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**3p** **2p**
	b) ΔABC este dreptunghic în A, deci $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{108+36}=12\,\text{cm}$ $ABCD$ este dreptunghi, deci $AC=BD$ și, cum $\{O\}=AC\cap BD$, obținem $AO=OD=6\,\text{cm}$, deci $AD=AO=OD\Rightarrow\Delta AOD$ este echilateral	**2p** **3p**

	c) $BM = PD$ și $BM \parallel PD \Rightarrow BPDM$ este paralelogram și, cum O este mijlocul segmentului BD, obținem $O \in MP$	**2p**
	$AQ = NC$ și $AQ \parallel NC \Rightarrow ANCQ$ este paralelogram și, cum O este mijlocul segmentului AC, obținem $O \in NQ$, deci dreptele MP, NQ și BD sunt concurente	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ este dreptunghi, deci $P_{ABCD} = 2(AB + BC) =$	**2p**
	$= 2 \cdot 18 = 36\text{cm}$	**3p**
	b) $AB \perp (BCC') \Rightarrow AB \perp BO \Rightarrow AO = \sqrt{AB^2 + BO^2}$ și, cum $BC' = 10\text{cm}$, obținem $AO = 13\text{cm}$ și $A'B' \perp (BCC') \Rightarrow A'B' \perp B'O \Rightarrow A'O = \sqrt{A'B'^2 + B'O^2}$ și, cum $B'O = 5\text{cm} \Rightarrow A'O = 13\text{cm}$	**2p**
	$\Delta AOA'$ este isoscel $\Rightarrow ON \perp AA'$, unde N este mijlocul segmentului AA', de unde obținem $d(O, AA') = ON = \sqrt{AO^2 - AN^2} = \sqrt{169 - 16} = 3\sqrt{17}\text{ cm}$	**3p**
	c) MN linie mijlocie în $\Delta A'AD'$, deci $MN \parallel AD'$, $MN = \dfrac{AD'}{2}$ și, cum $AD' \parallel BC'$, $AD' = BC'$, obținem $MN \parallel C'O$ și $MN = C'O$, deci $MNOC'$ este paralelogram	**3p**
	$C'M \parallel ON$ și $ON \subset (AA'O)$, deci $C'M \parallel (AA'O)$	**2p**

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 18

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $20:4+10\cdot 2$ este egal cu ... .

5p **2.** Cel mai mare divizor comun al numerelor 12 și 18 este egal cu ... .

5p **3.** Cel mai mare număr natural care aparține intervalului $[1,5]$ este egal cu ... .

5p **4.** Dacă $\sphericalangle ABC$ și $\sphericalangle MNP$ sunt complementare și $m(\sphericalangle MNP)=30°$, atunci măsura unghiului ABC este egală cu ... °.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o piramidă triunghiulară $VABC$ cu $VO\perp(ABC)$. Unghiul dreptelor AC și VO are măsura de ... °.

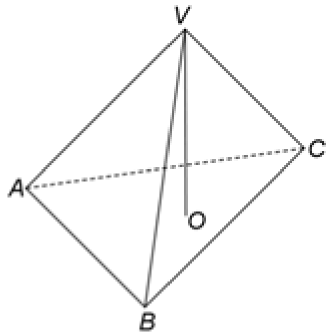
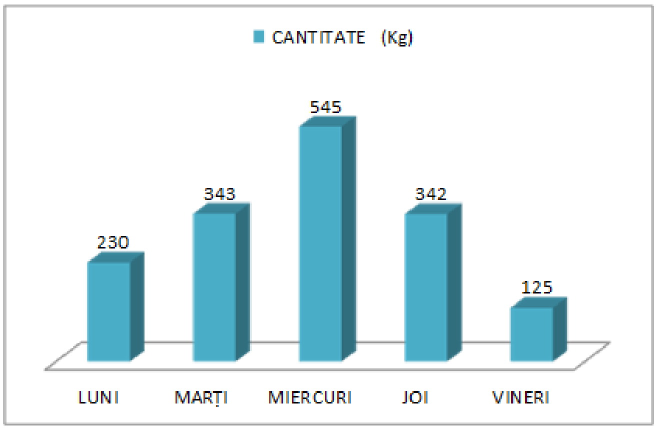


Figura 1

5p **6.** În diagrama următoare sunt prezentate informații despre vânzările de fructe, în kilograme, înregistrate în zilele unei săptămâni, la un supermarket.



Conform informațiilor din diagramă, diferența dintre cantitatea de fructe vândută miercuri și cea vândută vineri este egală cu ... kg.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, un cub $ABCDA'B'C'D'$.

5p **2.** Calculați media aritmetică a numerelor naturale care sunt divizori ai lui 10.

5p **3.** Numerele naturale x și y sunt direct proporționale cu numerele 3 și 4. Determinați cele două numere naturale, știind că x este cu 100 mai mic decât y.

4. Se consideră numerele reale $x=\sqrt{169}+2\sqrt{12}+\left(\sqrt{2}\right)^4$ și $y=7-\sqrt{48}+\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2$.

5p **a)** Arătați că $x=17+4\sqrt{3}$.

5p **b)** Arătați că produsul numerelor x și y este număr natural.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x-3)^2-3(x-10)-(x-4)(x+4)$, unde x este număr real. Determinați numerele naturale n pentru care $E(n)\geq 1$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AB=12\,\text{cm}$, $AC=12\sqrt{3}\,\text{cm}$ și triunghiurile echilaterale ABF și ADE.

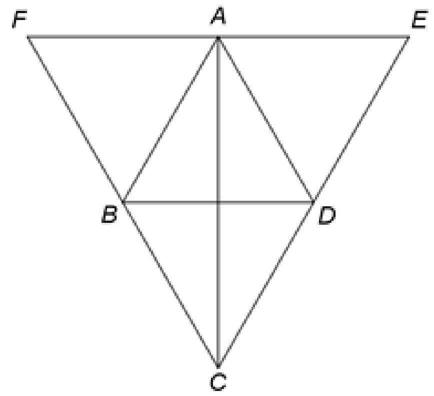


Figura 2

5p **a)** Arătați că $BD=12\,\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că punctele F, A și E sunt coliniare.

5p **c)** Arătați că $AP=PQ=QC$, știind că P este punctul de intersecție a dreptelor AC și FD și Q este punctul de intersecție a dreptelor AC și BM, unde punctul M este mijlocul segmentului CD.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă triunghiulară $VABC$ cu înălţimea VO, unde O este centrul cercului circumscris triunghiului echilateral ABC, $BC=18\,\text{cm}$ și $VM=9\,\text{cm}$, unde punctul M este mijlocul segmentului BC.

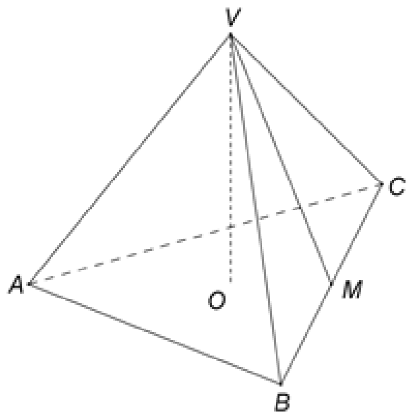


Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $54\,\text{cm}$.

5p **b)** Calculați măsura unghiului VBC.

5p **c)** Demonstraţi că dreptele VA și VM sunt perpendiculare.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 18

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	25	**5p**
2.	6	**5p**
3.	5	**5p**
4.	60	**5p**
5.	90	**5p**
6.	420	**5p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	Desenează cubul	**4p**
	Notează cubul $ABCDA'B'C'D'$	**1p**
2.	Numerele naturale $1,2,5$ și 10 sunt divizorii lui 10	**3p**
	$m_a=\frac{1+2+5+10}{4}=\frac{18}{4}=4{,}5$	**2p**
3.	$\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=k$, unde k este număr rațional, deci $x=3k$ și $y=4k$	**2p**
	$x=y-100$, deci $k=100$, de unde obținem $x=300$ și $y=400$	**3p**
4.	**a)** $x=13+4\sqrt{3}+\sqrt{16}=$	**3p**
	$=13+4\sqrt{3}+4=17+4\sqrt{3}$	**2p**
	b) $y=7-4\sqrt{3}+2+2\sqrt{6}+3+2-2\sqrt{6}+3=17-4\sqrt{3}$	**2p**
	$xy=\left(17+4\sqrt{3}\right)\left(17-4\sqrt{3}\right)=17^2-\left(4\sqrt{3}\right)^2=289-48=241$, care este număr natural	**3p**
5.	$E(x)=x^2-6x+9-3x+30-x^2+16=-9x+55$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(n)\geq 1\Leftrightarrow -9n+55\geq 1$, deci $n\leq 6$ și, cum n este număr natural, obținem $n\in\{0,1,2,\ldots,6\}$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	**a)** $ABCD$ romb, deci $AC\perp BD$, deci ΔAOB este dreptunghic , unde O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD	**2p**
	$BO=\sqrt{AB^2-AO^2}=\sqrt{144-108}=6\text{ cm}$ și, cum O este mijlocul lui BD, obținem $BD=12\text{cm}$	**3p**
	b) $AB=AD=BD\Rightarrow\Delta ABD$ este echilateral, deci $m(\sphericalangle(BAD))=60^\circ$	**2p**
	$m(\sphericalangle(FAE))=m(\sphericalangle(FAB))+m(\sphericalangle(BAD))+m(\sphericalangle(DAE))=60^\circ+60^\circ+60^\circ=180^\circ$, deci punctele F, A și E sunt coliniare	**3p**

	c) $AF = AE$ și punctele F, A și E sunt coliniare, deci CA este mediană în ΔCEF și $DC = DE$ și punctele C, D și E sunt coliniare, deci FD este mediană în ΔCEF și, cum $\{P\} = AC \cap FD$, obținem că P este centrul de greutate al ΔCEF, deci $AP = \frac{AC}{3}$	**3p**
	$\{Q\} = AC \cap BM$, BM și CO mediane în $\Delta BCD \Rightarrow Q$ este centrul de greutate al ΔBCD, deci $CQ = \frac{2}{3} \cdot CO \Rightarrow CQ = \frac{AC}{3}$, de unde obținem $AP = PQ = QC$	**2p**
2.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $P_{\Delta ABC} = 3BC =$	**2p**
	$= 3 \cdot 18 = 54\text{cm}$	**3p**
	b) VM este mediană în ΔVBC și $VM = \frac{BC}{2} \Rightarrow \Delta VBC$ este dreptunghic în V	**2p**
	$VO \perp (ABC)$, unde O este centrul cercului circumscris triunghiului $ABC \Rightarrow \Delta VOB \equiv \Delta VOC$, deci $BV = CV$, de unde obținem că ΔVBC este dreptunghic isoscel, deci $m(\sphericalangle VBC) = 45°$	**3p**
	c) ΔABC echilateral $\Rightarrow AB = AC = BC$ și, cum $VA = VB = VC$, obținem $\Delta VAB \equiv \Delta VAC \equiv \Delta VBC$	**2p**
	$VA \perp VB$, $VA \perp VC$, $\{V\} = VB \cap VC \Rightarrow VA \perp (VBC)$ și, cum $VM \subset (VBC)$, obținem $VA \perp VM$	**3p**

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 19

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $2^2 \cdot 4 - 16$ este egal cu ... .

5p **2.** Prețul unei cărți este 30 de lei. După o ieftinire cu 10%, prețul cărții va fi ... de lei.

5p **3.** Dacă n este singurul număr natural din intervalul $(5, n]$, atunci n este egal cu ... .

5p **4.** Triunghiul echilateral MNP are $MN = 10\text{cm}$. Perimetrul triunghiului MNP este egal cu ... cm.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Suma lungimilor muchiilor care au în comun vârful B este egală cu 15 cm. Lungimea muchiei AB este egală cu ... cm.

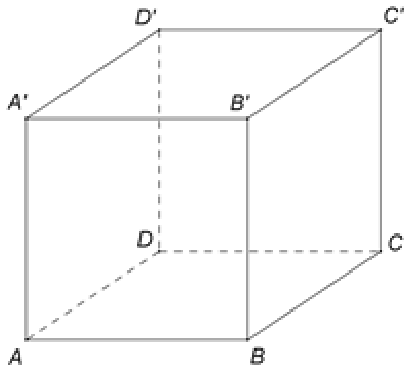
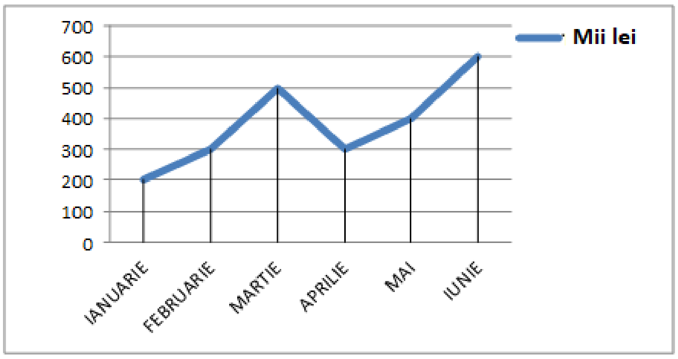


Figura 1

5p **6.** În diagrama următoare sunt prezentate încasările unei firme, în mii lei, înregistrate în fiecare dintre primele șase luni ale unui an.



Conform informațiilor din diagramă, suma încasărilor din primele două luni ale anului este egală cu ... mii lei.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră $VABCD$, cu vârful în V.

5p **2.** Arătați că, pentru orice număr natural n, numărul natural $N = 5 \cdot 7^n - 3 \cdot 7^{n+1} + 7^{n+2}$ este divizibil cu 11.

5p **3.** Dacă dintr-un număr real x scădem, pe rând, numerele 3, 10 și respectiv 11, obținem trei numere a căror sumă este egală cu x. Determinați numărul real x.

4. Se consideră $A = \left\{ x \in \mathbb{N} \,\middle|\, 2(x-4) - 2(1-x) \le (3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3}) \right\}$ și $B = \left\{ x \in \mathbb{Z} \,\middle|\, |x| < 2(3-\sqrt{12}) - (2-\sqrt{48}) \right\}$.

5p **a)** Arătați că $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

5p **b)** Determinați suma elementelor mulțimii $A \cap B$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x,y)=(x-4)(x-2)+(y-1)(y-3)+3$, unde x și y sunt numere reale. Demonstrați că $E(x,y)\geq 1$, pentru orice numere reale x și y.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu $AB=6$ cm. Punctele E, F, G și H sunt situate pe laturile AB, BC, CD, respectiv DA, astfel încât $AE=BF=CG=DH$.

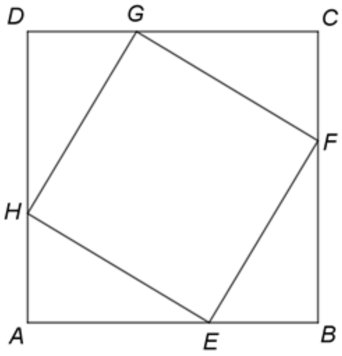


Figura 2

5p **a)** Arătați că aria pătratului $ABCD$ este egală cu 36cm^2.

5p **b)** Demonstrați că dreptele EG și HF sunt perpendiculare.

5p **c)** Calculați măsura unghiului BMF, unde M este punctul de intersecție a dreptelor AF și BG.

2. În *Figura 3* este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB=8$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB, respectiv AC și dreapta AD este perpendiculară pe planul (BDC), $AD=4\sqrt{2}$ cm.

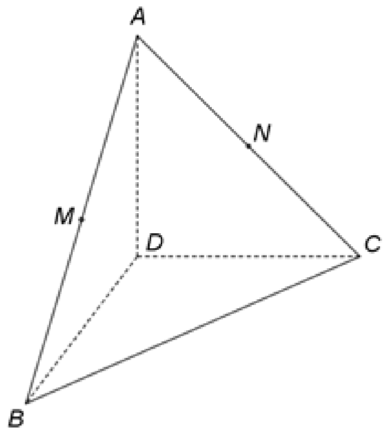


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $16\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că triunghiul DMN este echilateral.

5p **c)** Determinați sinusul unghiului dintre dreapta CM și planul (ABD).

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 19

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	0	**5p**
2.	27	**5p**
3.	6	**5p**
4.	30	**5p**
5.	5	**5p**
6.	500	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida patrulateră	**4p**
	Notează piramida patrulateră $VABCD$, cu vârful în V	**1p**
2.	$N = 7^n\left(5\cdot 1 - 3\cdot 7 + 7^2\right) =$	**3p**
	$= 7^n \cdot 33$, care este divizibil cu 11, pentru orice număr natural n	**2p**
3.	$(x-3)+(x-10)+(x-11)=x$	**3p**
	$x=12$	**2p**
4.	**a)** $2(x-4)-2(1-x)\le\left(3-\sqrt{3}\right)\left(3+\sqrt{3}\right)\Rightarrow 2x-8-2+2x\le 3^2-\left(\sqrt{3}\right)^2\Rightarrow 4x-10\le 6$	**3p**
	$x\le 4$ și, cum x este număr natural, obținem $A=\{0,1,2,3,4\}$	**2p**
	b) $\lvert x\rvert<2\left(3-2\sqrt{3}\right)-\left(2-4\sqrt{3}\right)\Rightarrow\lvert x\rvert<6-4\sqrt{3}-2+4\sqrt{3}\Rightarrow\lvert x\rvert<4$ și $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow B=\{-3,-2,\ldots,3\}$	**3p**
	$A\cap B=\{0,1,2,3\}$, deci suma elementelor mulțimii $A\cap B$ este $0+1+2+3=6$	**2p**
5.	$E(x,y)=x^2-6x+8+y^2-4y+3+3=x^2-6x+9+y^2-4y+4+1=(x-3)^2+(y-2)^2+1$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
	Pentru orice numere reale x și y, $(x-3)^2\ge 0$ și $(y-2)^2\ge 0$, deci $E(x,y)\ge 1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD}=AB^2=$	**2p**
	$=6^2=36\text{cm}^2$	**3p**
	b) $AE=BF$, $AH=BE$ și $m(\sphericalangle HAE)=m(\sphericalangle EBF)=90^\circ\Rightarrow\Delta AEH\equiv\Delta BFE$, deci $EH=FE$; $BF=CG$, $BE=CF$ și $m(\sphericalangle EBF)=m(\sphericalangle FCG)=90^\circ\Rightarrow\Delta BFE\equiv\Delta CGF$, deci $FE=GF$	**2p**
	$CG=DH$, $CF=DG$ și $m(\sphericalangle FCG)=m(\sphericalangle GDH)=90^\circ\Rightarrow\Delta CGF\equiv\Delta DHG$, deci $GF=HG$; obținem $EH=FE=GF=HG$, deci $EFGH$ este romb $\Rightarrow EG\perp HF$	**3p**

	c) $AB = BC$, $BF = CG$ și $m(\sphericalangle ABF) = m(\sphericalangle BCG) = 90^{\circ} \Rightarrow \Delta ABF \equiv \Delta BCG$	**2p**
	$m(\sphericalangle CBG) + m(\sphericalangle CGB) = 90^{\circ}$ și $\sphericalangle AFB \equiv \sphericalangle BGC$, deci $m(\sphericalangle CBG) + m(\sphericalangle AFB) = 90^{\circ}$, de unde obținem $m(\sphericalangle BMF) = 180^{\circ} - (m(\sphericalangle FBM) + m(\sphericalangle MFB)) = 180^{\circ} - 90^{\circ} = 90^{\circ}$	**3p**
2.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} =$	**3p**
	$= \frac{64\sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) $AD \perp (BCD)$ și $DB, DC \subset (BCD) \Rightarrow AD \perp DB$ și $AD \perp DC$, deci DM este mediană în triunghiul dreptunghic ADB și DN este mediană în triunghiul dreptunghic ADC, de unde obținem $DM = \frac{AB}{2} = 4\,\text{cm}$ și $DN = \frac{AC}{2} = 4\,\text{cm}$	**2p**
	MN linie mijlocie în ΔABC, deci $MN = \frac{BC}{2} = 4\,\text{cm}$, de unde obținem $DM = DN = MN$, deci ΔDMN este echilateral	**3p**
	c) ΔADB dreptunghic în D, deci $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 4\sqrt{2}\,\text{cm}$ și ΔADC dreptunghic în D, deci $CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = 4\sqrt{2}\,\text{cm} \Rightarrow BD^2 + DC^2 = BC^2$, deci ΔBDC dreptunghic în D	**2p**
	$CD \perp DA$, $CD \perp DB$ și $DA \cap DB = \{D\} \Rightarrow CD \perp (ABD) \Rightarrow \sphericalangle(CM,(ABD)) = \sphericalangle CMD$ și, cum ΔCDM este dreptunghic în D și $CM = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$, obținem $\sin(\sphericalangle CMD) = \frac{CD}{CM} = \frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 20

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $10^2 - 100 : 2$ este egal cu … .

5p **2.** Dacă $p\%$ din 50 este egal cu 10, atunci p este egal cu ... .

5p **3.** Dacă $A = \{6, 7, 8, 9\}$ și P este mulțimea numerelor prime, atunci mulțimea $A \cap P$ este egală cu $\{...\}$.

5p **4.** Triunghiul dreptunghic isoscel ABC are cateta de 5 cm. Lungimea ipotenuzei BC a acestui triunghi este egală cu ... cm.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 10$cm și $BC = 5$cm. Perimetrul patrulaterului $A'B'C'D'$ este egal cu … cm.

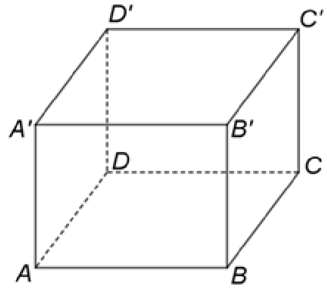
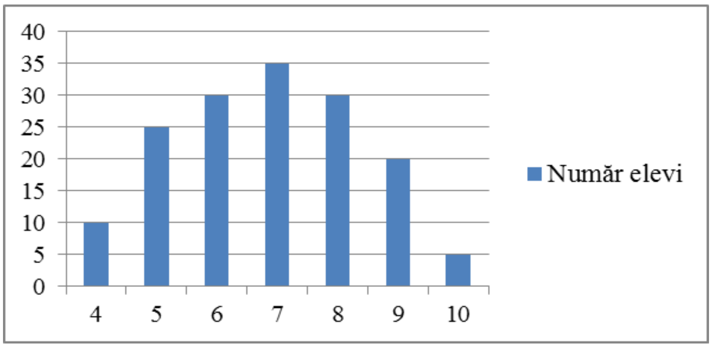


Figura 1

5p **6.** În graficul de mai jos este prezentată repartiţia elevilor claselor a VIII-a dintr-o şcoală, în funcție de notele obţinute la teza de matematică pe semestrul I.



Conform informaţiilor din grafic, numărul elevilor care au obţinut nota 8 este mai mare decât numărul elevilor care au obţinut nota 5 cu … .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, un pătrat $ABCD$.

5p **2.** Determinați numerele naturale de trei cifre, de forma $\overline{3bc}$, știind că sunt divizibile cu 5 și cu 9.

5p **3.** Dacă mărim numărătorul fracției $\frac{2}{5}$ cu un număr natural n și micșorăm numitorul fracției cu același număr natural n, atunci fracția obținută este egală cu $2\frac{1}{2}$. Determinați numărul natural n.

4. În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $A(-3,-1)$, $B(0,3)$ și $M(m,0)$, unde m este număr natural.

5p **a)** Reprezentați segmentul AB într-un sistem de coordonate xOy.

5p **b)** Determinați numărul natural m, știind că triunghiul ABM este isoscel de vârf B.

5p | **5.** Se consideră $E(x)=\left(x^2-x+1\right)^2-\left(x^2-x\right)^2-x^2$, unde x este număr real. Calculați media aritmetică a numerelor $E\left(-\sqrt{2}\right)$ și $E\left(\sqrt{2}\right)$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB=10\text{cm}$ şi $BC=15\text{cm}$. Punctul M este mijlocul laturii AB, iar punctul N este situat pe latura AD astfel încât $DN=5\text{cm}$.

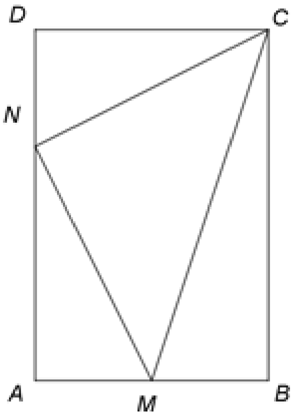


Figura 2

5p | **a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu 50cm.

5p | **b)** Determinați aria triunghiului MNC.

5p | **c)** Calculați măsura unghiului CMN.

2. În *Figura 3* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=12\text{cm}$. Punctul O este intersecția diagonalelor bazei $ABCD$.

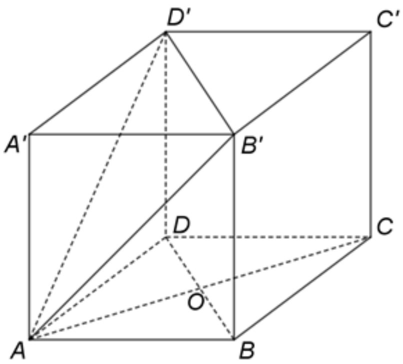


Figura 3

5p | **a)** Arătați că $AC=12\sqrt{2}\text{cm}$.

5p | **b)** Arătați că dreapta $C'O$ este paralelă cu planul $(AB'D')$.

5p | **c)** Demonstrați că dreapta $A'C$ este perpendiculară pe planul $(AB'D')$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 20

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	50	**5p**
2.	20	**5p**
3.	7	**5p**
4.	$5\sqrt{2}$	**5p**
5.	30	**5p**
6.	5	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează pătratul	**4p**
	Notează pătratul $ABCD$	**1p**
2.	$\overline{3bc}$ este divizibil cu 5, deci $c\in\{0,5\}$	**1p**
	$\overline{3b0}$ este divizibil cu $9 \Leftrightarrow 3+b+0$ este divizibil cu 9 și, cum b este cifră, obținem $b=6$	**2p**
	$\overline{3b5}$ este divizibil cu $9 \Leftrightarrow 3+b+5$ este divizibil cu 9 și, cum b este cifră, obținem $b=1$, deci numerele sunt 315 și 360	**2p**
3.	$\frac{2+n}{5-n}=2\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2+n}{5-n}=\frac{5}{2}$	**3p**
	$n=3$, care convine	**2p**
4.	**a)** Reprezentarea punctului A	**2p**
	Reprezentarea punctului B	**2p**
	Trasarea segmentului AB	**1p**
	b) $BA=\sqrt{(-3-0)^2+(-1-3)^2}=\sqrt{9+16}=5$	**2p**
	ΔABM este isoscel de vârf $B \Rightarrow BA=BM$, deci $BM=5 \Rightarrow \sqrt{(m-0)^2+(0-3)^2}=5$, de unde obținem $m^2+9=25$ și, cum m este număr natural, $m=4$	**3p**
5.	$E(x)=x^4+x^2+1-2x^3+2x^2-2x-\left(x^4-2x^3+x^2\right)-x^2=x^2-2x+1$, pentru orice număr real x	**3p**
	$m_a=\frac{E\left(-\sqrt{2}\right)+E\left(\sqrt{2}\right)}{2}=\frac{3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}}{2}=3$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ dreptunghi, deci $P_{ABCD}=2(AB+BC)=$	**3p**
	$=2(10+15)=50\text{cm}$	**2p**
	b) $\mathcal{A}_{\Delta AMN}=\frac{AM\cdot AN}{2}=25\text{cm}^2$, $\mathcal{A}_{\Delta BMC}=\frac{BM\cdot BC}{2}=37{,}5\text{cm}^2$, $\mathcal{A}_{\Delta CDN}=\frac{CD\cdot DN}{2}=25\text{cm}^2$	**3p**
	$\mathcal{A}_{\Delta MNC}=\mathcal{A}_{ABCD}-\mathcal{A}_{\Delta AMN}-\mathcal{A}_{\Delta BMC}-\mathcal{A}_{\Delta CDN}=150-25-37{,}5-25=62{,}5\text{cm}^2$	**2p**

	c) $MN=\sqrt{AM^2+AN^2}=5\sqrt{5}\text{cm}$, $CN=\sqrt{CD^2+DN^2}=5\sqrt{5}\text{cm}$, $MC=\sqrt{BM^2+BC^2}=5\sqrt{10}\text{cm}$	**3p**
	$MN^2+NC^2=MC^2$, deci ΔMNC este dreptunghic isoscel $\Rightarrow m(\sphericalangle CMN)=45°$	**2p**
2.	**a)** AC este diagonala pătratului $ABCD$, deci $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=$	**3p**
	$=12\sqrt{2}\text{ cm}$	**2p**
	b) $ACC'A'$ dreptunghi, deci $AC \parallel A'C'$ și $AC=A'C'$, de unde obținem $AO \parallel O'C'$ și $AO=O'C'$, unde $\{O'\}=A'C'\cap B'D' \Rightarrow AOC'O'$ paralelogram	**3p**
	$C'O \parallel AO'$, $AO'\subset(AB'D')$, deci $C'O \parallel (AB'D')$	**2p**
	c) $B'D'\perp A'C'$, $B'D'\perp AA'$ și $A'C'\cap AA'=\{A'\}\Rightarrow B'D'\perp(AA'C')$ și, cum $A'C\subset(AA'C')$, obținem $B'D'\perp A'C$	**1p**
	$A'O'\parallel AC \Rightarrow \Delta A'MO' \sim \Delta CMA$, unde $\{M\}=A'C\cap AO' \Rightarrow \dfrac{A'M}{MC}=\dfrac{MO'}{MA}=\dfrac{A'O'}{CA}=\dfrac{1}{2}$ și, cum $A'C=12\sqrt{3}\text{cm}$, $AO'=6\sqrt{6}\text{cm}$, obținem $A'M=4\sqrt{3}\text{cm}$, $AM=4\sqrt{6}\text{cm} \Rightarrow AM^2+MA'^2=AA'^2$ deci $\Delta AMA'$ este dreptunghic în M	**3p**
	$A'C\perp B'D'$, $A'C\perp AO'$ și $B'D'\cap AO'=\{O'\}\Rightarrow A'C\perp(AB'D')$	**1p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 21

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $(15-3\cdot 5):5+1$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Dacă $x\%$ din 80 este egal cu 40, atunci x este egal cu $\dots$.

5p **3.** Dacă n este numărul natural din intervalul $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$, atunci n este egal cu $\dots$.

5p **4.** Dreptunghiul $MNPQ$ are lungimea $MN=10\,\text{cm}$ și lățimea $NP=7\,\text{cm}$. Aria acestui dreptunghi este egală cu $\dots\text{cm}^2$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o prismă patrulateră cu baza dreptunghiul $ABCD$. Unghiul dreptelor AD și $D'C'$ are măsura de $\dots\,^\circ$.

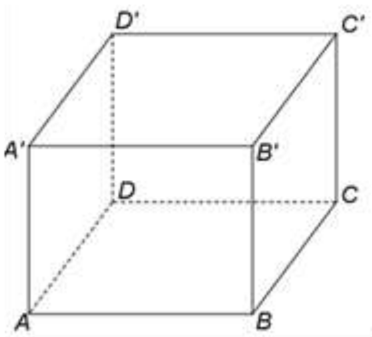


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile înregistrate la o stație meteorologică, în timpul unei zile, la diferite ore.

Ora	Ora 6	Ora 9	Ora 11	Ora 13	Ora 15	Ora 17	Ora 19
Temperatura $(^\circ\text{C})$	10	12	13	15	17	15	14

Conform informațiilor din tabel, diferența dintre cea mai mare temperatură și cea mai mică temperatură înregistrate în acea zi este egală cu $\dots\,^\circ\text{C}$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un trapez $ABCD$ cu bazele AB și CD, $AB>CD$.

5p **2.** Se consideră numerele reale $x=\left(2^{20}\right)^3:2^{56}-2^3$ şi $y=\left(3^{23}-3^{22}-3^{21}-3^{20}\right):3^{20}+3^0+3^1$. Calculaţi media geometrică a numerelor x și y.

5p **3.** O bunică și cei doi nepoți au suma vârstelor egală cu 69 de ani. Vârsta bunicii este un număr natural de două cifre, în care cifra zecilor reprezintă vârsta unui nepot, iar cifra unităților reprezintă vârsta celuilalt nepot. Determinați vârsta bunicii.

4. Se consideră numerele reale $a=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$ și $b=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{6}}\right):\frac{1}{\sqrt{6}}$.

5p **a)** Arătați că $a=\frac{1}{2}$.

5p **b)** Arătați că numărul $N=(b-2a)^2-\sqrt{24}$ este natural.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(3x-1)^2-(3x+1)^2+(3x+2)^2-9x^2$, unde x este număr real. Arătați că numărul $E(1)+E(2)+E(3)+\ldots+E(49)$ este pătratul unui număr natural.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB\parallel CD$, $AB=12\text{cm}$, $CD=4\text{cm}$ şi $m(\sphericalangle ABC)=60°$. Paralela prin B la dreapta AC intersectează dreapta CD în punctul P.

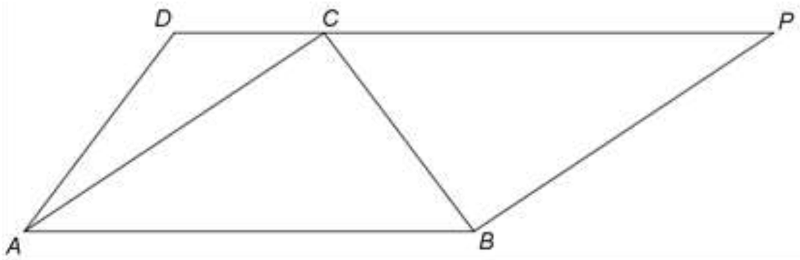


Figura 2

5p **a)** Arătați că măsura unghiului ADC este egală cu $120°$.

5p **b)** Arătați că aria patrulaterului $ABPD$ este egală cu $56\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p **c)** Se consideră punctul M, mijlocul segmentului AB și N, punctul de intersecție a dreptelor PM și BC. Demonstrați că lungimea segmentului BN este mai mică decât $2,7\text{cm}$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=4\text{cm}$. Punctele M și N sunt situate pe laturile AB și BC astfel încât $AM=3\text{cm}$ și $BN=3\text{cm}$, iar E este punctul de intersecție a dreptelor AN și DM.

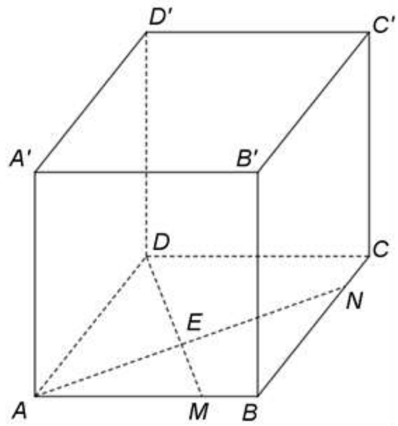


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 16cm^2.

5p **b)** Arătați că distanța de la punctul A' la dreapta DM este egală cu $\frac{4\sqrt{34}}{5}\text{cm}$.

5p **c)** Determinați sinusul unghiului dintre dreapta AD și planul (ANA').

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 21

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	1	**5p**
2.	50	**5p**
3.	1	**5p**
4.	70	**5p**
5.	90	**5p**
6.	7	**5p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	Desenează trapezul	**4p**
	Notează trapezul $ABCD$ cu bazele AB şi CD, $AB > CD$	**1p**
2.	$x = 2^{60} : 2^{56} - 2^3 = 2^4 - 8 = 8$	**2p**
	$y = 3^{20}\left(3^3 - 3^2 - 3^1 - 1\right) : 3^{20} + 1 + 3 = 14 + 4 = 18$, de unde obținem media geometrică $m_g = \sqrt{xy} = \sqrt{8 \cdot 18} = \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 9} = 12$	**3p**
3.	$\overline{ab} + a + b = 69 \Rightarrow 11a + 2b = 69$	**2p**
	Cum a și b sunt cifre, obținem $a = 5$, $b = 7$, deci vârsta bunicii este 57 de ani	**3p**
4.	**a)** $a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{12}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} =$	**3p**
	$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	**2p**
	b) $b = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + 1$	**3p**
	$N = \left(\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1 - 1\right)^2 - \sqrt{24} = \left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2 - 2\sqrt{6} = 3 + 2\sqrt{6} + 2 - 2\sqrt{6} = 5$, care este număr natural	**2p**
5.	$E(x) = 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 - 6x - 1 + 9x^2 + 12x + 4 - 9x^2 = 4$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(1) + E(2) + E(3) + \ldots + E(49) = 4 \cdot 49 = 2^2 \cdot 7^2 = 14^2$, care este pătratul unui număr natural	**2p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	**a)** $ABCD$ este trapez isoscel, deci $\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle BAD \Rightarrow m(\sphericalangle BAD) = 60°$	**2p**
	$AB \parallel CD \Rightarrow \sphericalangle ADC$ și $\sphericalangle BAD$ sunt suplementare, deci $m(\sphericalangle ADC) = 120°$	**3p**
	b) $AB \parallel CP$ și $AC \parallel BP \Rightarrow ABPC$ paralelogram, deci $CP = 12\text{cm}$ și, cum D, C și P sunt coliniare, obținem $DP = 16\text{cm}$	**2p**
	$ABCD$ este trapez isoscel, deci $BE = 4\text{cm}$, unde $CE \perp AB$, $E \in AB \Rightarrow \text{tg}(\sphericalangle EBC) = \frac{CE}{BE}$, deci $CE = 4\sqrt{3}\text{cm}$ și, cum $ABPD$ este trapez, obținem $\mathcal{A}_{ABPD} = \frac{(12+16) \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 56\sqrt{3}\text{cm}^2$	**3p**

	c) $ABPC$ este paralelogram, deci BO este mediană în ΔABP, unde $\{O\} = AP \cap BC$ și, cum PM este mediană în ΔABP și $\{N\} = PM \cap BC \Rightarrow N$ este centrul de greutate al ΔABP	**2p**
	$BC = \sqrt{CE^2 + BE^2} = 8\text{cm}$ și, cum $BN = \frac{2}{3}BO = \frac{1}{3}BC$, obținem că $BN = \frac{8}{3}\text{cm} < 2{,}7\text{cm}$	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$	**3p**
	$= 4^2 = 16\text{cm}^2$	**2p**
	b) $AD = BA$, $AM = BN$ și $AD \perp AB$, $AB \perp BC \Rightarrow \Delta ADM \equiv \Delta BAN \Rightarrow \sphericalangle AMD \equiv \sphericalangle BNA$ și, cum $m(\sphericalangle BAN) + m(\sphericalangle BNA) = 90°$, obținem că $m(\sphericalangle MAE) + m(\sphericalangle AME) = 90°$, deci $AE \perp ME$	**2p**
	$AA' \perp (ABC)$, $AE \perp DM$ și $DM \subset (ABC) \Rightarrow A'E \perp DM$ și, cum $AE = \frac{AD \cdot AM}{DM} = \frac{12}{5}\text{cm}$, obținem $d(A', DM) = A'E = \sqrt{AA'^2 + AE^2} = \sqrt{\frac{544}{25}} = \frac{4\sqrt{34}}{5}\text{cm}$	**3p**
	c) $AA' \perp (ABC)$ și $DE \subset (ABC) \Rightarrow A'A \perp DE$ și, cum $DE \perp AE$ și $AE \cap AA' = \{A\}$, obținem $DE \perp (ANA')$, deci $m(\sphericalangle(AD,(ANA'))) = m(\sphericalangle(AD, AE)) = m(\sphericalangle DAE)$	**3p**
	$\sphericalangle DAE$, $\sphericalangle ADE$ sunt complementare, $\sphericalangle ADE$, $\sphericalangle AMD$ sunt complementare $\Rightarrow \sphericalangle DAE \equiv \sphericalangle AMD$, de unde obținem $\sin(\sphericalangle DAE) = \sin(\sphericalangle AMD) = \frac{AD}{DM} = \frac{4}{5}$	**2p**

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 22

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $20-(20:4+5)$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Numărul care reprezintă 10% din 20 este egal cu $\dots$.

5p **3.** Dacă $A=\left\{-1,\frac{1}{2},1,\frac{3}{2}\right\}$ și $\mathbb{N}$ este mulțimea numerelor naturale, atunci $A\cap\mathbb{N}=\{\dots\}$.

5p **4.** Triunghiul echilateral ABC are $AB=4\text{cm}$. Perimetrul acestui triunghi este egal cu $\dots$ cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AD' și AB' are măsura de $\dots^\circ$.

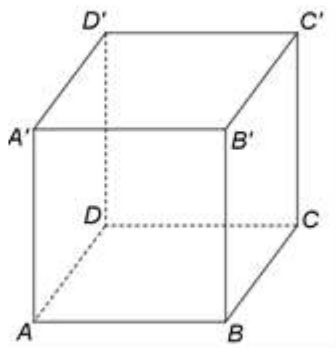


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este dată o dependență funcțională.

x	-1	a	1
$y=3x-2$	-5	-2	1

Conform informațiilor din tabel, numărul real a este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelogram $ABCD$ cu $m(\sphericalangle ABC)>90^\circ$.

5p **2.** Numerele reale a, b și c sunt direct proporționale cu numerele 3, 7 și 11. Arătați că b este media aritmetică a numerelor a și c.

5p **3.** Un kilogram de banane costă cât două kilograme de portocale. Un restaurant a cumpărat treizeci de kilograme de portocale și patruzeci și cinci de kilograme de banane, pentru care a plătit 360 de lei. Determinați prețul unui kilogram de portocale.

4. Se consideră numerele reale $x=\left(1+\sqrt{3}\right)^2-2\left(2-\sqrt{5}\right)$ și $y=\left(\sqrt{15}+\sqrt{75}-\sqrt{45}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{15}}$.

5p **a)** Arătați că $x=2\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$.

5p **b)** Arătați că numărul $N=x(y-1)$ este natural.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x-1)^2+(2x-1)^2+(1-x)(2x-1)+3x-1$, unde x este număr real. Determinați numărul natural n pentru care numărul $E(n)$ este prim.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi dreptunghic ABC cu $AB \perp AC$, $AC = 4\text{cm}$ şi $BC = 8\text{cm}$. Semidreapta CM, $M \in AB$ este bisectoarea unghiului ACB.

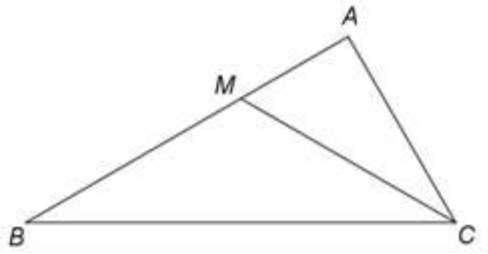


Figura 2

5p **a)** Arătați că $AB = 4\sqrt{3}\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că triunghiul BMC este isoscel.

5p **c)** Se consideră punctul N, pe latura AC, astfel încât distanța de la punctul N la dreapta AB să fie egală cu distanța de la punctul N la dreapta BC. Demonstrați că $\left(2+\sqrt{3}\right)NA = AB$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AC = 16\text{cm}$ și $BD = 12\text{cm}$. Punctul M este mijlocul laturii CD, $PM \perp (ABC)$, $PM = 4\text{cm}$ și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD.

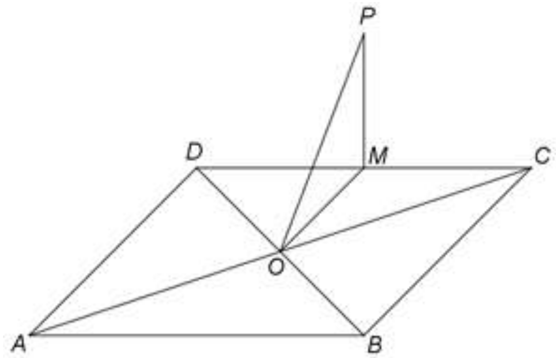


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 96cm^2.

5p **b)** Demonstrați că dreapta AD este paralelă cu planul (POM).

5p **c)** Determinați distanța de la punctul P la dreapta AC.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 22

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	10	**5p**
2.	2	**5p**
3.	1	**5p**
4.	12	**5p**
5.	60	**5p**
6.	0	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelogramul	**4p**
	Notează paralelogramul $ABCD$ cu $m(\sphericalangle ABC) > 90°$	**1p**
2.	$\frac{a}{3} = \frac{b}{7} = \frac{c}{11} = \frac{a+c}{14}$	**3p**
	$\frac{b}{7} = \frac{a+c}{14} \Rightarrow b = \frac{a+c}{2}$, deci b este media aritmetică a numerelor a și c	**2p**
3.	Un kilogram de banane costă $2x$, unde x este prețul unui kilogram de portocale, deci $30 \cdot x + 45 \cdot 2x = 360$	**3p**
	$x = 3$ lei	**2p**
4.	**a)** $x = 1 + 2\sqrt{3} + 3 - 4 + 2\sqrt{5} =$	**3p**
	$= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{5} = 2(\sqrt{3} + \sqrt{5})$	**2p**
	b) $y = (\sqrt{15} + 5\sqrt{3} - 3\sqrt{5}) \cdot \frac{1}{\sqrt{15}} = 1 + \frac{5}{\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{3}} = 1 + \sqrt{5} - \sqrt{3}$	**3p**
	$N = 2(\sqrt{3} + \sqrt{5})(1 + \sqrt{5} - \sqrt{3} - 1) = 2(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = 2(5-3) = 4$, care este număr natural	**2p**
5.	$E(x) = x^2 - 2x + 1 + 4x^2 - 4x + 1 + 2x - 1 - 2x^2 + x + 3x - 1 = 3x^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(n) = 3n^2$, pentru orice număr natural n și, cum $E(n)$ este număr prim, obținem $n = 1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** ΔABC este dreptunghic în $A \Rightarrow AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} =$	**3p**
	$= \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ cm	**2p**
	b) ΔABC este dreptunghic și $AC = \frac{BC}{2} \Rightarrow m(\sphericalangle ABC) = 30° \Rightarrow m(\sphericalangle ACB) = 60°$	**2p**
	Semidreapta CM este bisectoarea unghiului $ACB \Rightarrow m(\sphericalangle MCB) = \frac{m(\sphericalangle ACB)}{2} = 30°$, de unde obținem $\sphericalangle MBC \equiv \sphericalangle MCB$, deci triunghiul BMC este isoscel	**3p**

	c) $ND \perp BC$, $D \in BC \Rightarrow d(N,BC) = ND$ și $NA \perp AB \Rightarrow d(N,AB) = NA$, deci $NA = DN$	**1p**
	$\sphericalangle ACB \equiv \sphericalangle DCN$ și $\sphericalangle CAB \equiv \sphericalangle CDN \Rightarrow \Delta ACB \sim \Delta DCN \Rightarrow \dfrac{AB}{DN} = \dfrac{BC}{NC} \Rightarrow AB \cdot NC = BC \cdot DN$	**2p**
	Cum $DN = NA$ și $NC = AC - NA$, obținem $4\sqrt{3} \cdot (4 - NA) = 8NA \Rightarrow 8NA + 4\sqrt{3}NA = 16\sqrt{3}$, de unde obținem $4\left(2+\sqrt{3}\right)NA = 16\sqrt{3}\text{cm}$, deci $\left(2+\sqrt{3}\right)NA = 4\sqrt{3}\text{cm} = AB$	**2p**
2.	**a)** $ABCD$ este romb, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = \dfrac{AC \cdot BD}{2} =$	**3p**
	$= \dfrac{16 \cdot 12}{2} = 96\text{cm}^2$	**2p**
	b) $ABCD$ este romb și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și $BD \Rightarrow O$ este mijlocul segmentului AC și, cum M este mijlocul segmentului CD, obținem că MO este linie mijlocie în ΔADC	**2p**
	$AD \parallel MO$, $MO \subset (POM) \Rightarrow AD \parallel (POM)$	**3p**
	c) $PM \perp (ABC)$, $MN \perp AC$, $N \in AC$, $AC \subset (ABC) \Rightarrow PN \perp AC$, deci $d(P,AC) = PN$	**2p**
	$MN \perp AC$, $BD \perp AC \Rightarrow MN \parallel BD$ și, cum M este mijlocul segmentului CD, obținem că MN este linie mijlocie în ΔDOC, deci $MN = \dfrac{DO}{2} = 3\text{cm}$ și, cum $PM \perp (ABC)$, $MN \subset (ABC)$, deci $PM \perp MN$, obținem $PN = \sqrt{PM^2 + MN^2} = 5\text{cm}$	**3p**

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 23

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $40:4-4\cdot 2$ este egal cu ... .

5p **2.** Dacă $\frac{2x-1}{3}=5$, atunci numărul x este egal cu ... .

5p **3.** Suma numerelor naturale din intervalul $[-2,2]$ este egală cu ... .

5p **4.** Dacă unghiurile ABC și DEF sunt complementare și $m(\sphericalangle ABC)=45°$, atunci măsura unghiului DEF este egală cu ... °.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Lungimea muchiei AB este egală cu 10cm. Lungimea muchiei AA' este egală cu ...cm.

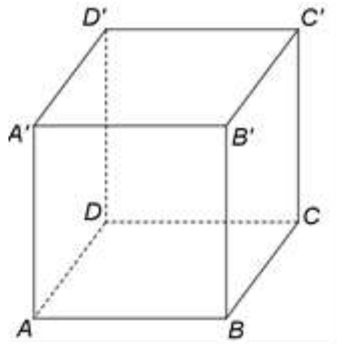
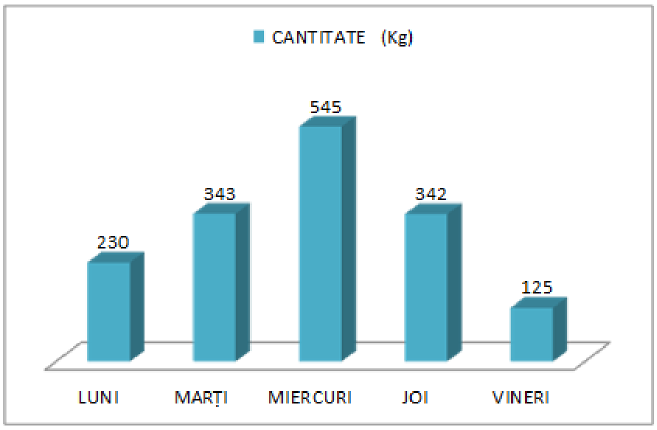


Figura 1

5p **6.** În diagrama următoare sunt prezentate informații despre cantitățile de fructe vândute, în kilograme, înregistrate în zilele unei săptămâni, la un supermarket.



Conform informațiilor din diagramă, media cantităților de fructe vândute în acea săptămână este egală cu ...kg.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o prismă triunghiulară $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul ABC.

5p **2.** Arătați că media aritmetică a numerelor reale $x=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right):\frac{7}{12}$ și $y=\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right):\frac{1}{4}$ este egală cu 2.

5p **3.** Mai multe persoane vor să cumpere împreună un cadou. Dacă fiecare persoană contribuie cu câte 25 de lei mai este nevoie de încă 50 de lei, iar dacă fiecare persoană contribuie cu câte 35 de lei vor fi în plus 40 de lei. Determinați numărul de persoane care contribuie la cumpărarea cadoului.

4. Se consideră mulțimile $A=\left\{x\in\mathbb{Z} \middle| \frac{7}{2x+1}\in\mathbb{Z}\right\}$ și $B=\left\{x\in\mathbb{Z} \middle| (1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})\le x\le\left|1-\sqrt{2}\right|+1-\sqrt{2}\right\}$.

5p **a)** Arătați că $A=\{-4,-1,0,3\}$.

5p **b)** Determinați elementele mulțimii $A\cap B$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x+2)^2-(x-1)^2-2(x+3)-5$, unde x este număr real. Determinați numerele naturale n pentru care $0<E(n)\le 11$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AC=8\text{cm}$ și $BD=6\text{cm}$. Punctul M este mijlocul segmentului AB, punctul N este mijlocul segmentului BC și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD.

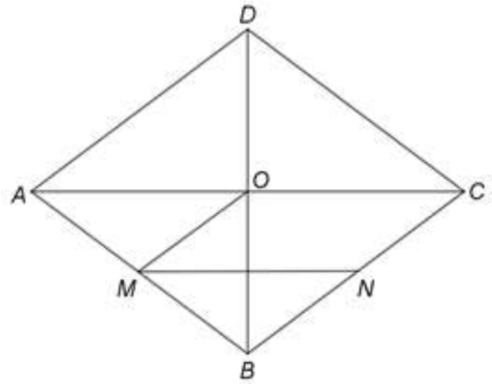


Figura 2

5p **a)** Arătați că $AB=5\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că unghiurile OMN și BAC sunt congruente.

5p **c)** Demonstrați că punctul O este centrul de greutate al triunghiului DMN.

2. În *Figura 3* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=12\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$ și $AA'=12\text{cm}$. Punctul M este mijlocul segmentului AB.

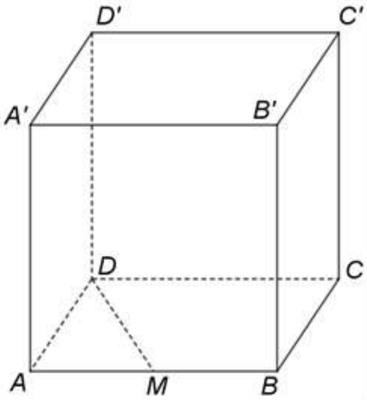


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABB'A'$ este egală cu 144cm^2.

5p **b)** Determinați distanța de la punctul A' la dreapta DM.

5p **c)** Determinați măsura unghiului dreptelor DM și BN, unde N este mijlocul segmentului CC'.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 23

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	2	**5p**
2.	8	**5p**
3.	3	**5p**
4.	45	**5p**
5.	10	**5p**
6.	317	**5p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	Desenează prisma triunghiulară	**4p**
	Notează prisma triunghiulară $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul ABC	**1p**
2.	$x=\frac{4+2+1}{4}:\frac{7}{12}=\frac{7}{4}\cdot\frac{12}{7}=3$	**2p**
	$y=\frac{4-2-1}{4}:\frac{1}{4}=\frac{1}{4}:\frac{1}{4}=1 \Rightarrow m_a=\frac{x+y}{2}=\frac{3+1}{2}=2$	**3p**
3.	$25\cdot n+50=35\cdot n-40$, unde n este numărul de persoane	**3p**
	$n=9$	**2p**
4.	**a)** $2x+1$ este divizor al lui 7, deci $2x+1=-7 \Rightarrow x=-4$ sau $2x+1=-1 \Rightarrow x=-1$	**3p**
	$2x+1=1 \Rightarrow x=0$ sau $2x+1=7 \Rightarrow x=3$, deci $A=\{-4,-1,0,3\}$	**2p**
	b) $(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3}) \le x \le \lvert 1-\sqrt{2}\rvert +1-\sqrt{2} \Leftrightarrow 1-3 \le x \le \sqrt{2}-1+1-\sqrt{2} \Leftrightarrow -2 \le x \le 0$ şi, cum $x\in\mathbb{Z}$, obţinem $B=\{-2,-1,0\}$	**3p**
	$A\cap B=\{-4,-1,0,3\}\cap\{-2,-1,0\}=\{-1,0\}$	**2p**
5.	$E(x)=x^2+4x+4-x^2+2x-1-2x-6-5=4x-8$, pentru orice număr real x	**3p**
	$0<4n-8\le 11 \Leftrightarrow 8<4n\le 19 \Leftrightarrow 2<n\le\frac{19}{4}$ şi, cum n este număr natural, obţinem $n=3$ sau $n=4$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	**a)** $ABCD$ romb, deci $AO=\frac{AC}{2}=4\text{cm}$, $BO=\frac{BD}{2}=3\text{cm}$ şi $AC\perp BD \Rightarrow \Delta AOB$ dreptunghic	**3p**
	$AB=\sqrt{AO^2+BO^2}=\sqrt{16+9}=5\text{ cm}$	**2p**
	b) ΔAOB este dreptunghic, M este mijlocul lui $AB \Rightarrow OM=AM$, deci $\sphericalangle AOM\equiv\sphericalangle OAM$	**2p**
	M este mijlocul segmentului AB şi N este mijlocul segmentului BC, deci MN este linie mijlocie în $\Delta ABC \Rightarrow MN \parallel AC$ şi, cum $\sphericalangle OMN$ şi $\sphericalangle AOM$ sunt alterne interne, obţinem $\sphericalangle OMN\equiv\sphericalangle AOM$, deci $\sphericalangle OMN\equiv\sphericalangle BAC$	**3p**

	c) $MN \parallel AC$, $BD \perp AC \Rightarrow DP \perp MN$, unde $\{P\} = BD \cap MN$ și, cum $\Delta ADM \equiv \Delta CDN$, deci $DM = DN$, obținem că DP este mediană în triunghiul isoscel DMN	**2p**
	$MP \parallel AO$ și $BM = MA \Rightarrow MP$ linie mijlocie în ΔABO, deci P este mijlocul lui BO și, cum $BO = DO$, obținem că $OP = \frac{1}{3}DP$, deci O este centrul de greutate al triunghiului DMN	**3p**
2.	**a)** $\mathcal{A}_{ABB'A'} = AB \cdot AA' =$	**3p**
	$= 12 \cdot 12 = 144\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) M este mijlocul segmentului AB, deci $AM = 6\,\text{cm} \Rightarrow \Delta ADM$ este dreptunghic isoscel, deci $DM = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$ și $AE = 3\sqrt{2}\,\text{cm}$, unde $AE \perp DM$, $E \in DM$	**2p**
	$A'A \perp (ABC)$, $AE \perp DM$ și $DM \subset (ABC) \Rightarrow A'E \perp DM$, deci $d(A', DM) = A'E$ și, cum $\Delta A'AE$ este dreptunghic în A, obținem $A'E = \sqrt{A'A^2 + AE^2} = \sqrt{144 + 18} = 9\sqrt{2}\,\text{cm}$	**3p**
	c) $BM \parallel DP$ și $BM = DP \Rightarrow MBPD$ este paralelogram, unde P este mijlocul segmentului CD, deci $DM \parallel BP \Rightarrow m(\sphericalangle(DM, BN)) = m(\sphericalangle(BP, BN))$	**2p**
	$BP = DM = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$, ΔBCN și ΔCPN sunt dreptunghice isoscele, deci $BN = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$ și $PN = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$, de unde obținem că ΔBNP este echilateral, deci $m(\sphericalangle(PBN)) = 60°$	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 24

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $20\cdot4-4\cdot10$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Numărul care reprezintă 75% din 100 este egal cu $\dots$.

5p **3.** Cel mai mare număr par din mulțimea numerelor naturale de două cifre este $\dots$.

5p **4.** Dacă unghiurile ABC și $A'B'C'$ sunt suplementare și $m(\sphericalangle ABC)=60°$, atunci măsura unghiului $A'B'C'$ este egală cu $\dots°$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Suma lungimilor tuturor muchiilor acestui cub este egală cu 120 cm. Lungimea muchiei AB este egală cu $\dots\text{ cm}$.

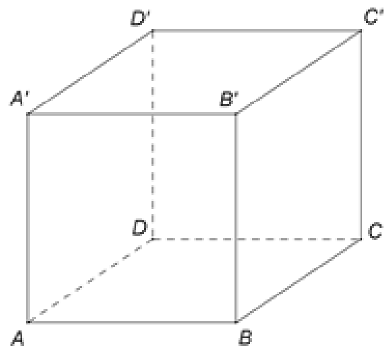
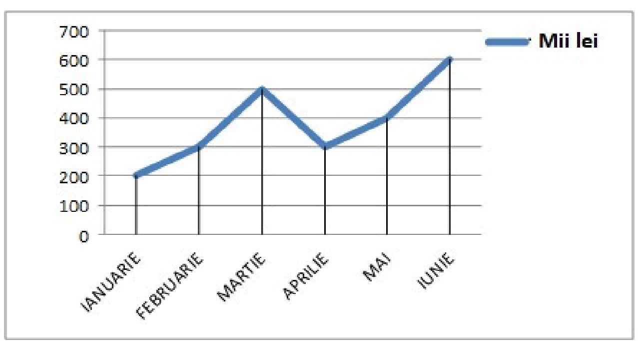


Figura 1

5p **6.** În diagrama următoare sunt prezentate încasările unei firme, în mii lei, înregistrate în fiecare dintre primele șase luni ale unui an.



Conform informațiilor din diagramă, media sumelor încasate în primele cinci luni ale anului este egală cu $\dots$ mii lei.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o piramidă $VABCD$ cu baza pătratul $ABCD$ și vârful V.

5p **2.** Determinați numerele naturale de patru cifre care se divid cu 10 și cu 9 și care au două cifre egale cu 4.

5p **3.** Într-o clasă, numărul elevilor absenți din ziua de luni a reprezentat $\frac{1}{8}$ din numărul elevilor prezenți. Marți, numărul elevilor absenți a scăzut cu 1 față de luni și a reprezentat 8% din numărul elevilor prezenți în acea zi. Determinați numărul elevilor din acea clasă.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{8}+\sqrt{12}+\sqrt{18}+\sqrt{27}\right)$ și $b=\left(3+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)\cdot\left(3+\sqrt{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2$.

5p **a)** Arătați că $a=-5$.

5p **b)** Arătați că numărul $N=b-\sqrt{-a}$ este prim.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x+3)(3x-2)-(x-1)^2-(2x-1)^2+26$, unde x este număr real. Demonstrați că $E\left(7^n-2\right)$ se divide cu 7^{n+1}, pentru orice număr natural nenul n.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un cerc de centru O și rază $R=16\text{cm}$. Punctele A, B, C și D, în această ordine, sunt situate pe $\mathcal{C}(O,R)$ astfel încât $m\left(\overset{\frown}{AB}\right)=75°$, $m\left(\overset{\frown}{BC}\right)=90°$ și $m\left(\overset{\frown}{CD}\right)=75°$.

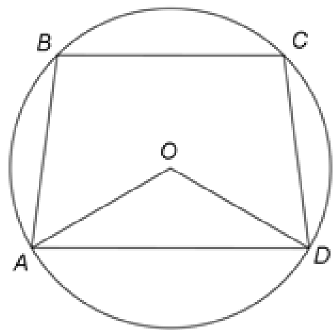


Figura 2

5p **a)** Arătați că arcul mic $\overset{\frown}{AD}$ are măsura de $120°$.

5p **b)** Determinați lungimea coardei BC.

5p **c)** Demonstrați că patrulaterul $ABCD$ este trapez isoscel.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă triunghiulară $VABC$, cu baza triunghiul echilateral ABC, $AB=12\sqrt{3}\,\text{cm}$, $VA=20\text{cm}$ și $VO\perp(ABC)$, unde O este centrul cercului circumscris ΔABC. Punctul M este mijlocul muchiei BC, punctul N este mijlocul segmentului AO și punctul P este situat pe muchia VA astfel încât $VP=2AP$.

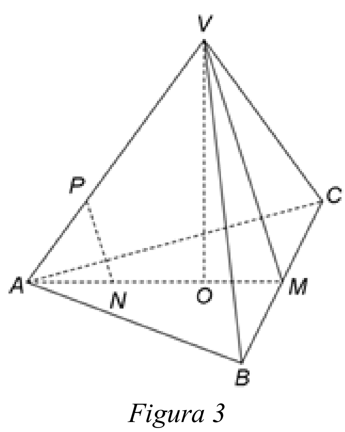


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $108\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că dreapta NP este paralelă cu planul (VBC).

5p **c)** Arătați că sinusul unghiului dintre dreapta VO și planul (VBC) este egal cu $\frac{3\sqrt{73}}{73}$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 24

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	40	**5p**
2.	75	**5p**
3.	98	**5p**
4.	120	**5p**
5.	10	**5p**
6.	340	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida cu baza pătrat	**4p**
	Notează piramida $VABCD$ cu baza pătratul $ABCD$ și vârful V	**1p**
2.	$\overline{abcd}$ se divide cu $10 \Rightarrow d=0$ și, cum $\overline{abc0}$ se divide cu $9 \Rightarrow a+b+c$ se divide cu 9	**2p**
	Cum două dintre cifre sunt egale cu 4, obținem că una din cifre este 1, deci numerele sunt 1440, 4140 și 4410	**3p**
3.	Luni au lipsit $\dfrac{x}{9}$ elevi și au fost prezenți $\dfrac{8x}{9}$ elevi, unde x este numărul elevilor din clasă	**2p**
	$\dfrac{x}{9}-1=\dfrac{8}{100}\cdot\left(\dfrac{8x}{9}+1\right)$, de unde obținem $x=27$	**3p**
4.	**a)** $a=\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+3\sqrt{3}\right)=\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(5\sqrt{2}+5\sqrt{3}\right)=5\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)=$	**3p**
	$=5(2-3)=-5$	**2p**
	b) $b=\dfrac{18+3+2+1}{6}\cdot\left(3+\sqrt{5}\right)\cdot\dfrac{1}{4}=\dfrac{24}{6}\cdot\dfrac{3+\sqrt{5}}{4}=3+\sqrt{5}$	**3p**
	$N=3+\sqrt{5}-\sqrt{-(-5)}=3+\sqrt{5}-\sqrt{5}=3$, care este număr prim	**2p**
5.	$E(x)=6x^2-4x+9x-6-x^2+2x-1-4x^2+4x-1+26=x^2+11x+18$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E\left(7^n-2\right)=\left(7^n-2\right)^2+11\left(7^n-2\right)+18=7^{2n}-4\cdot 7^n+4+11\cdot 7^n-22+18=7^{2n}+7\cdot 7^n=7^{n+1}\left(7^{n-1}+1\right)$, care se divide cu 7^{n+1}, pentru orice număr natural nenul n	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $m\left(\overset{\frown}{AB}\right)+m\left(\overset{\frown}{BC}\right)+m\left(\overset{\frown}{CD}\right)+m\left(\overset{\frown}{AD}\right)=360^\circ$	**3p**
	$m\left(\overset{\frown}{AD}\right)=360^\circ-\left(75^\circ+90^\circ+75^\circ\right)=120^\circ$	**2p**
	b) $\sphericalangle BOC$ este unghi la centru și $m\left(\overset{\frown}{BC}\right)=90^\circ \Rightarrow m\left(\sphericalangle BOC\right)=90^\circ$	**2p**
	ΔBOC este dreptunghic isoscel cu $OB=OC=16\text{ cm}$, deci $BC=16\sqrt{2}\text{ cm}$	**3p**

	c) $m\left(\overset{\frown}{AB}\right)=m\left(\overset{\frown}{CD}\right)\Rightarrow AB=CD$	**2p**
	$\sphericalangle ACB$ înscris în cerc $\Rightarrow m\left(\sphericalangle ACB\right)=\frac{1}{2}m\left(\overset{\frown}{AB}\right)$, $\sphericalangle CAD$ înscris în cerc $\Rightarrow m\left(\sphericalangle CAD\right)=\frac{1}{2}m\left(\overset{\frown}{CD}\right)$ deci $\sphericalangle ACB\equiv\sphericalangle CAD$ și, cum $\sphericalangle ACB$, $\sphericalangle CAD$ sunt alterne interne, obținem $AD\parallel BC$, deci $ABCD$ este trapez isoscel	**3p**
2.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}=$	**3p**
	$=\frac{432\sqrt{3}}{4}=108\sqrt{3}\text{ cm}^2$	**2p**
	b) O centrul cercului circumscris $\Delta ABC\Rightarrow AO=\frac{2}{3}AM$ și, cum N este mijlocul segmentului AO, obținem $\frac{AN}{AM}=\frac{1}{3}$ și, cum $P\in VA$ astfel încât $VP=2AP\Rightarrow\frac{AP}{AV}=\frac{1}{3}$, obținem $\frac{AN}{AM}=\frac{AP}{AV}$, deci $NP\parallel VM$	**3p**
	$NP\parallel VM$, $VM\subset(VBC)\Rightarrow NP\parallel(VBC)$	**2p**
	c) O centrul cercului circumscris ΔABC și $VO\perp(ABC)\Rightarrow VB=VC$, deci $VM\perp BC$ și, cum $OM\perp BC$ și $OM\cap VM=\{M\}$, obținem $BC\perp(VOM)$	**1p**
	Pentru $OQ\perp VM$, $Q\in VM$, cum $OQ\subset(VOM)\Rightarrow BC\perp OQ$ și, cum $VM\cap BC=\{M\}$, obținem $OQ\perp(VBC)$, deci $m\left(\sphericalangle\left(VO,(VBC)\right)\right)=m\left(\sphericalangle\left(VO,VQ\right)\right)=m\left(\sphericalangle OVQ\right)$	**2p**
	$AO=12\text{ cm}$ și ΔVOA este dreptunghic, deci $VO=\sqrt{VA^2-AO^2}=16\text{ cm}$ și, cum $OM=6\text{ cm}$, obținem $VM=2\sqrt{73}\text{ cm}$, deci $\sin\left(\sphericalangle OVQ\right)=\sin\left(\sphericalangle OVM\right)=\frac{OM}{VM}=\frac{3\sqrt{73}}{73}$	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 25

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $8^2-64(10-20:2)$ este egal cu … .

5p **2.** O sută de kilograme de cartofi costă 150 de lei. Zece kilograme de cartofi de același fel costă … lei.

5p **3.** Produsul numerelor naturale din intervalul $(0,4)$ este egal cu … .

5p **4.** Dreptunghiul $ABCD$ are lungimea de 4 cm și lățimea de 3 cm. Lungimea diagonalei AC a acestui dreptunghi este egală cu … cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AB și BC are măsura egală cu …°.

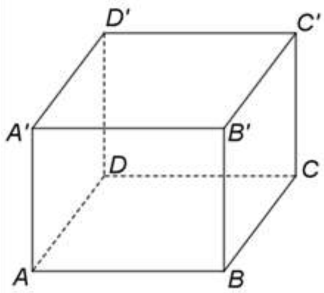
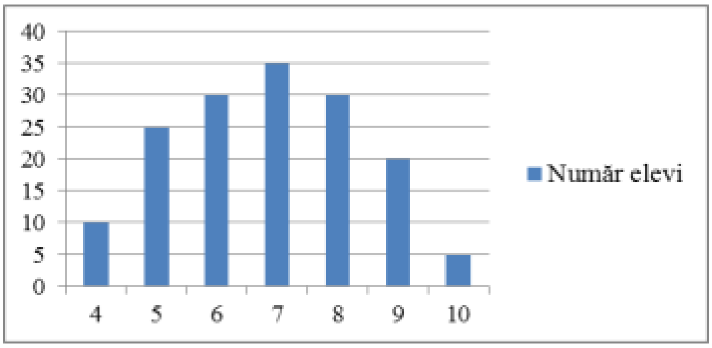


Figura 1

5p **6.** În graficul de mai jos este prezentată repartiţia elevilor claselor a VIII-a dintr-o şcoală, în funcție de notele obţinute la un test din semestrul I.



Conform informaţiilor din grafic, numărul elevilor care au obţinut note mai mari sau egale cu 7 la acest test este egal cu … .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un romb $ABCD$ cu $m(\sphericalangle BAD)<90°$.

5p **2.** Dacă împărțim numărul natural n la 15 și la 22, obținem de fiecare dată restul 13. Determinați ultima cifră a numărului natural n.

5p **3.** Ionel are o sumă de bani și vrea să cumpere două cărți, una de matematică și una de fizică. Preţul cărţii de matematică reprezintă 65% din suma pe care o are Ionel, iar prețul cărții de fizică reprezintă $57{,}5\%$ din aceeași sumă. Pentru a cumpăra cele două cărți Ionel mai are nevoie de $4{,}5$ lei. Determinați suma de bani pe care o are Ionel.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(1-\frac{1}{\sqrt{8}}\right):\left(5-3\sqrt{2}\right)$ și $b=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}$.

5p **a)** Arătați că $a=\frac{1}{4}$.

5p **b)** Calculați $(4a-2b)^{2020}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x-1)^2+(2x+1)(x+3)+(3x-1)^2+3x$, unde x este număr real. Arătați că numărul $E(m)$ este impar, pentru orice număr întreg m.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $m(\sphericalangle DAB)=90°$, $AB=20\text{cm}$ și $CD=5\text{cm}$. Diagonalele trapezului sunt perpendiculare și O este punctul lor de intersecție.

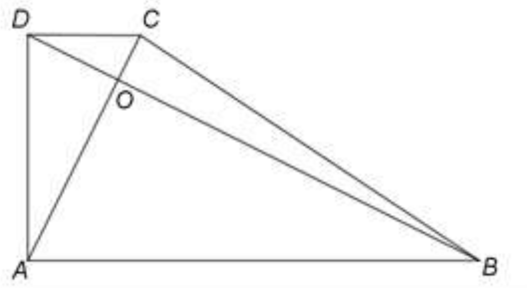


Figura 2

5p **a)** Arătați că linia mijlocie a trapezului $ABCD$ are lungimea egală cu $12,5\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că $AC=5OC$.

5p **c)** Calculați aria trapezului $ABCD$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=8\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$ și $AA'=2BC$. Punctul E este mijlocul segmentului CD.

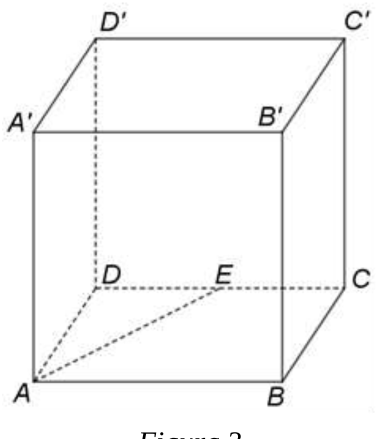


Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu 24cm.

5p **b)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta AB' și planul (BCD').

5p **c)** Determinați distanța de la punctul B' la dreapta AE.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Matematică
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 25

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	64	**5p**
2.	15	**5p**
3.	6	**5p**
4.	5	**5p**
5.	90	**5p**
6.	90	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează rombul	**4p**
	Notează rombul $ABCD$ cu $m(\sphericalangle BAD) < 90°$	**1p**
2.	$n = 15a + 13$ și $n = 22b + 13$, unde $a, b \in \mathbb{N}$, deci $n - 13 = 15a$ și $n - 13 = 22b \Rightarrow n - 13$ se divide cu 5 și cu 2, de unde obținem că $n - 13$ se divide cu 10	**3p**
	Ultima cifră a lui $n - 13$ este 0, deci ultima cifră a lui n este 3	**2p**
3.	$\frac{65}{100} \cdot x + \frac{575}{1000} \cdot x = x + 4{,}5$, unde x este suma de bani pe care o are Ionel	**3p**
	$x = 20$ de lei	**2p**
4.	**a)** $a = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}} : \left(5 - 3\sqrt{2}\right) = \frac{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(2\sqrt{2}-1\right)}{2 \cdot 2} : \left(5 - 3\sqrt{2}\right) = \frac{4 - 2\sqrt{2} - \sqrt{2} + 1}{4} : \left(5 - 3\sqrt{2}\right) =$	**3p**
	$= \frac{1}{4}\left(5 - 3\sqrt{2}\right) : \left(5 - 3\sqrt{2}\right) = \frac{1}{4}$	**2p**
	b) $b = \frac{12 + 6 + 3 + 2 + 1}{24} = \frac{24}{24} = 1$	**3p**
	$\left(4a - 2b\right)^{2020} = \left(4 \cdot \frac{1}{4} - 2\right)^{2020} = \left(-1\right)^{2020} = 1$	**2p**
5.	$E(x) = x^2 - 2x + 1 + 2x^2 + 6x + x + 3 + 9x^2 - 6x + 1 + 3x = 12x^2 + 2x + 5$, pentru orice număr real x	**3p**
	Pentru orice număr întreg m, $E(m) = 12m^2 + 2m + 5 = 2\left(6m^2 + m\right) + 5$ și, cum $6m^2 + m$ este număr întreg, obținem că $E(m)$ este număr impar	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Linia mijlocie a trapezului $ABCD$ are lungimea egală cu $\frac{AB + CD}{2} =$	**3p**
	$= \frac{20 + 5}{2} = 12{,}5\text{cm}$	**2p**

	b) $AB \parallel CD \Rightarrow \Delta AOB \sim \Delta COD \Rightarrow \frac{AO}{CO} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{AO}{CO} = 4$, deci $AO = 4OC$	**3p**
	Cum $AC = AO + OC$, obținem că $AC = 4OC + OC = 5OC$	**2p**
	c) ΔADC dreptunghic în D și $DO \perp AC \Rightarrow CD^2 = OC \cdot AC$, deci $5^2 = OC \cdot 5OC$, de unde obținem $OC = \sqrt{5}$ cm, deci $AC = 5\sqrt{5}$ cm și $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{125-25} = 10\,\text{cm}$	**3p**
	$\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{(AB+CD)\cdot AD}{2} = 12{,}5 \cdot 10 = 125\,\text{cm}^2$	**2p**
2.	**a)** $ABCD$ este dreptunghi, deci $P_{ABCD} = 2(AB+BC) =$	**3p**
	$= 2(8+4) = 24\,\text{cm}$	**2p**
	b) $AA' = 2BC = 8\,\text{cm}$, deci $AA' = AB \Rightarrow ABB'A'$ este pătrat, deci $AB' \perp A'B$	**2p**
	$BC \perp (ABB')$ și $AB' \subset (ABB') \Rightarrow AB' \perp BC$ și, cum $AB' \perp A'B$ și $BC \cap A'B = \{B\}$, obținem $AB' \perp (A'BC)$; cum $D' \in (A'BC)$, obținem $AB' \perp (BCD')$, deci măsura unghiului dintre dreapta AB' și planul (BCD') este de $90°$	**3p**
	c) E este mijlocul segmentului CD, deci $DE = 4$ cm și $EC = 4$ cm, deci ΔADE și ΔBCE sunt dreptunghice isoscele $\Rightarrow m(\sphericalangle AEB) = 180° - m(\sphericalangle AED) - m(\sphericalangle BEC) = 180° - 45° - 45° = 90°$	**2p**
	$B'B \perp (ABC)$, $BE \perp AE$ și $AE \subset (ABC) \Rightarrow B'E \perp AE$, deci $d(B', AE) = B'E$	**2p**
	$BE = 4\sqrt{2}$ cm și $\Delta B'BE$ este dreptunghic, deci $B'E = \sqrt{BE^2 + BB'^2} = 4\sqrt{6}\,\text{cm}$	**1p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 26

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $4\cdot 5-(20-20:2)\cdot 2$ este egal cu … .

5p **2.** Dacă 50% dintr-un număr este 20, atunci numărul este egal cu … .

5p **3.** Cel mai mare număr divizibil cu 5 din mulțimea $A=\{10,11,12,13,14,15,16,17,18,19\}$ este … .

5p **4.** Paralelogramul $ABCD$ are perimetrul egal cu 16cm. Știind că $AB=6\text{cm}$, lungimea laturii AD este egală cu … cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor $A'D'$ și AB are măsura de …°.

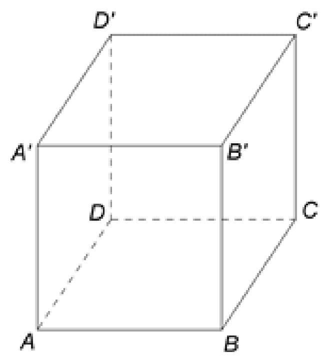


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este dată o dependenţă funcţională.

x	-1	0	1
$y=x-5$	-6	-5	a

Conform informațiilor din tabel, numărul real a este egal cu … .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o prismă $ABCDEF$ cu baza triunghiul ABC.

5p **2.** Determinați numărul natural nenul n, știind că împărțind numerele 89 și 49, pe rând, la n, obținem resturile 8, respectiv 4.

5p **3.** După ce a citit 50 de pagini dintr-o carte, Matei constată că mai are de citit 5 pagini până la jumătatea cărții. Determinați numărul de pagini ale acestei cărți.

4. Se consideră numerele reale $x=3\sqrt{2}\left(\sqrt{50}+\sqrt{72}-\sqrt{200}\right)$ și $y=\left(\frac{1}{3\sqrt{3}}+\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)\cdot\sqrt{300}:\frac{1}{3\sqrt{36}}$.

5p **a)** Arătați că $x=6$.

5p **b)** Calculați media geometrică a numerelor x și y.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x+3)^2-(2-x)(2+x)-5x^2-12x$, unde x este număr real. Arătați că $E(x)=E(2020)$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* sunt reprezentate două cercuri de centre O și, respectiv, P. Cele două cercuri se intersectează în punctul T, astfel încât punctele A, T și B sunt coliniare, iar segmentele AT și TB sunt diametre ale celor două cercuri, $AT = 8\text{cm}$ și $TB = 12\text{cm}$. Pe primul cerc se consideră punctul C, diferit de A și de T, iar pe al doilea cerc se consideră punctul D astfel încât punctele C, T și D sunt coliniare.

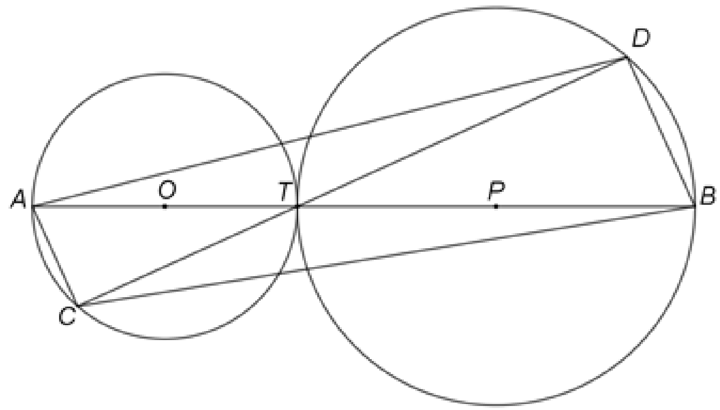


Figura 2

5p **a)** Arătați că $OP = 10\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că dreptele AC și BD sunt paralele.

5p **c)** Demonstrați că, dacă $m\left(\overset{\frown}{AC}\right) = 60°$, atunci patrulaterul $ACBD$ are aria mai mică decât 90cm^2.

2. În *Figura 3* este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC cu $m(\sphericalangle BAC) = 90°$, $AB = 30\text{cm}$ și $AC = 40\text{cm}$. Dreapta AM este perpendiculară pe planul (ABC), punctul D este proiecția punctului M pe dreapta BC și $MD = 26\text{cm}$.

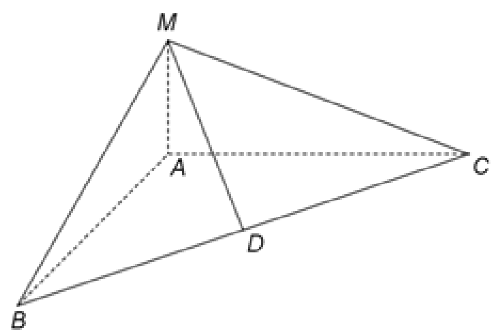


Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 120cm.

5p **b)** Demonstrați că $AM = 10\text{cm}$.

5p **c)** Calculați distanța de la punctul N, mijlocul segmentului MC, la dreapta AD.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 26

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	0	**5p**
2.	40	**5p**
3.	15	**5p**
4.	2	**5p**
5.	90	**5p**
6.	-4	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează prisma cu baza triunghi	**4p**
	Notează prisma $ABCDEF$ cu baza triunghiul ABC	**1p**
2.	$89 = n \cdot a + 8$, $n > 8$ și $49 = n \cdot b + 4$, $n > 4$, unde a și b sunt câturile obținute la fiecare împărțire; obținem $n \cdot a = 81$ și $n \cdot b = 45$, deci n este divizor comun al numerelor 81 și 45	**3p**
	$c.m.m.d.c\{81, 45\} = 9$ și, cum $n > 8$, obținem că $n = 9$	**2p**
3.	$50 = \frac{x}{2} - 5$, unde x este numărul de pagini ale cărții	**3p**
	$x = 110$	**2p**
4.	**a)** $x = 3\sqrt{2}\left(5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 10\sqrt{2}\right) = 3\sqrt{2}\left(11\sqrt{2} - 10\sqrt{2}\right) =$	**3p**
	$= 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 6$	**2p**
	b) $y = \frac{5}{6\sqrt{3}} \cdot 10\sqrt{3} : \frac{1}{3 \cdot 6} = \frac{25}{3} \cdot 18 = 150$	**3p**
	$m_g = \sqrt{xy} = \sqrt{6 \cdot 150} = 30$	**2p**
5.	$E(x) = 4x^2 + 12x + 9 - 4 + x^2 - 5x^2 - 12x = 5$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(2020) = 5$, deci $E(x) = E(2020)$, pentru orice număr real x	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $OP = OT + TP = \frac{AT}{2} + \frac{TB}{2} =$	**3p**
	$= 4 + 6 = 10\text{cm}$	**2p**
	b) AT diametru, deci $m(\sphericalangle ACT) = \frac{1}{2} m\left(\overparen{AT}\right) = 90° \Rightarrow AC \perp CD$	**2p**
	BT diametru, deci $m(\sphericalangle BDT) = \frac{1}{2} m\left(\overparen{BT}\right) = 90° \Rightarrow BD \perp CD$, de unde obținem $AC \parallel BD$	**3p**

	c) ΔACT dreptunghic în C, $m(\sphericalangle ATC)=30^\circ \Rightarrow AC=4\text{cm}$, $TC=4\sqrt{3}\text{cm}$ și ΔBDT dreptunghic în D, $m(\sphericalangle BTD)=30^\circ \Rightarrow BD=6\text{cm}$, de unde obținem $TD=6\sqrt{3}\text{cm}$	**2p**
	$ACBD$ este trapez $\Rightarrow \mathcal{A}_{ACBD}=\dfrac{(AC+BD)CD}{2}=\dfrac{(4+6)\cdot 10\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}\text{cm}^2$ și, cum $50\sqrt{3}<90 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 5\sqrt{3}<9 \Leftrightarrow \sqrt{75}<\sqrt{81}$, obținem că $\mathcal{A}_{ACBD}<90\text{cm}^2$	**3p**
2.	**a)** ΔABC este dreptunghic, deci $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{900+1600}=50\text{cm}$	**3p**
	$P_{\Delta ABC}=AB+BC+CA=30+50+40=120\text{cm}$	**2p**
	b) $AM\perp(ABC)$, $BC\subset(ABC)\Rightarrow AM\perp BC$ și, cum $MD\perp BC$ și $AM\cap MD=\{M\}$, obținem $BC\perp(AMD)\Rightarrow BC\perp AD$ și, cum ΔABC este dreptunghic, obținem $AD=\dfrac{AB\cdot AC}{BC}=24\text{cm}$	**3p**
	$AM\perp(ABC)$, $AD\subset(ABC)\Rightarrow AM\perp AD$, deci $AM=\sqrt{MD^2-AD^2}=\sqrt{676-576}=10\text{cm}$	**2p**
	c) ΔAMC este dreptunghic în A și N este mijlocul segmentului $MC\Rightarrow AN=\dfrac{MC}{2}$ și ΔDMC este dreptunghic în D și N este mijlocul segmentului $MC\Rightarrow DN=\dfrac{MC}{2}$, de unde obținem ΔAND este isoscel $\Rightarrow NP\perp AD$, unde P este mijlocul segmentului AD, deci $d(N,AD)=NP$	**3p**
	$MC=10\sqrt{17}\text{cm}\Rightarrow AN=5\sqrt{17}\text{cm}$, deci $NP=\sqrt{AN^2-AP^2}=\sqrt{425-144}=\sqrt{281}\text{cm}$	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 27

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $10+6\cdot(40-20\cdot 2)$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Numărul care reprezintă o treime din 30 este egal cu $\dots$.

5p **3.** Cel mai mare număr prim din mulțimea $M=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ este $\dots$.

5p **4.** Pătratul $ABCD$ are perimetrul de $20\,\text{cm}$. Lungimea laturii acestui pătrat este egală cu $\dots$ cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor BD și $A'C'$ are măsura de $\dots^\circ$.

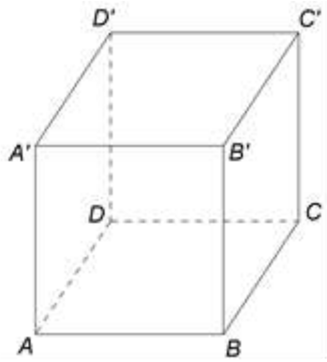
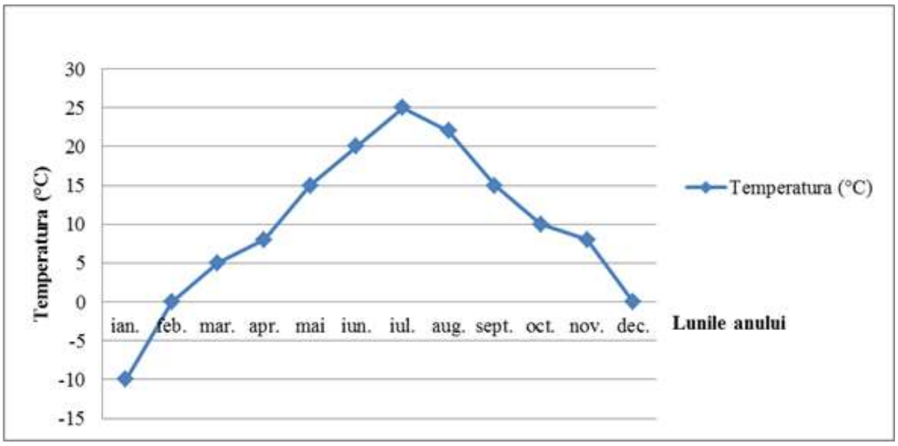


Figura 1

5p **6.** În diagrama de mai jos sunt prezentate temperaturile medii înregistrate la o stație meteo, pentru fiecare dintre lunile unui an.



Conform informațiilor din diagramă, diferența dintre temperatura înregistrată în luna decembrie și temperatura înregistrată în luna ianuarie este egală cu $\dots$°C .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un dreptunghi $ABCD$.

5p **2.** Se consideră numerele reale $x=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)$ și $y=\left(1-\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\right):\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{9}\right)$. Arătați că media aritmetică a numerelor x și y este egală cu 1.

5p **3.** Prețul unui obiect a crescut cu 10% și apoi noul preț s-a redus cu 10%. Prețul final este egal cu 198 de lei. Determinaţi prețul inițial al obiectului.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(2^{99}+2^{99}\right):32^{14}$, $b=\sqrt{2^2}-\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}+\frac{\sqrt{50}}{5}$.

5p **a)** Arătați că $a=2^{30}$.

5p **b)** Arătați că $a < b^{20}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x) = (3x+4)^2 - 2(3x-4)(3x+4) + (3x-4)^2$, unde x este număr real. Determinați numărul natural n pentru care $E(n) = n^3$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat triunghiul echilateral ABC cu $AB = 6\text{cm}$. Punctele distincte D și E sunt situate în exteriorul triunghiului ABC astfel încât triunghiurile ABD și ACE sunt echilaterale. Punctul M este mijlocul segmentului BC.

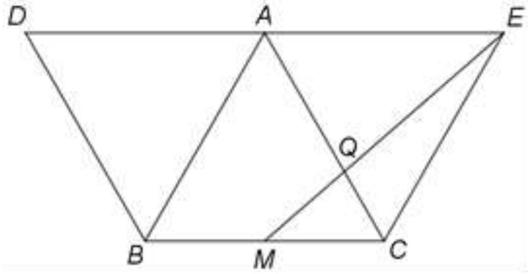


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCE$ este egal cu 24cm.

5p **b)** Determinați distanța de la punctul E la dreapta BD.

5p **c)** Calculați aria triunghiului CMQ, unde Q este punctul de intersecție a dreptelor AC și EM.

2. În *Figura 3* este reprezentată o prismă patrulateră $ABCDA'B'C'D'$ cu $AA' \perp (ABC)$, $AA' = 12\sqrt{3}\text{cm}$ și $ABCD$ pătrat cu $AB = 12\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD, iar punctul M este intersecția dreptelor BC' și $B'C$.

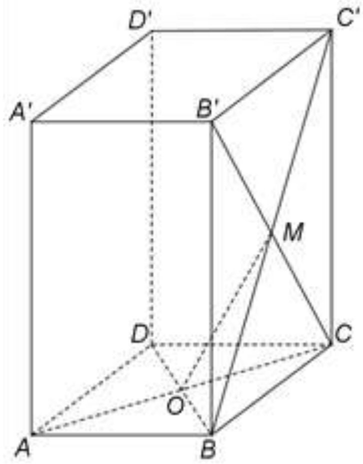


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 144cm^2.

5p **b)** Demonstrați că unghiul dreptelor $A'B$ și OM are măsura de $60°$.

5p **c)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta OM și planul (BCC').

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 27

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	10	**5p**
2.	10	**5p**
3.	7	**5p**
4.	5	**5p**
5.	90	**5p**
6.	10	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează dreptunghiul	**4p**
	Notează dreptunghiul $ABCD$	**1p**
2.	$x=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$	**2p**
	$y=\frac{20-8-5}{20}:\frac{27-20}{36}=\frac{7}{20}:\frac{7}{36}=\frac{7}{20}\cdot\frac{36}{7}=\frac{9}{5}\Rightarrow m_a=\frac{\frac{1}{5}+\frac{9}{5}}{2}=\frac{2}{2}=1$	**3p**
3.	$x+\frac{10}{100}\cdot x-\frac{10}{100}\cdot\left(x+\frac{10}{100}\cdot x\right)=198$, unde x este preţul iniţial al obiectului	**3p**
	$x=200$ de lei	**2p**
4.	**a)** $a=\left(2^{99}+2^{99}\right):\left(2^5\right)^{14}=\left(2\cdot 2^{99}\right):2^{70}=$	**3p**
	$=2^{100}:2^{70}=2^{30}$	**2p**
	b) $b=2-\left\|1-\sqrt{2}\right\|+\frac{5\sqrt{2}}{5}=2-\left(\sqrt{2}-1\right)+\sqrt{2}=2-\sqrt{2}+1+\sqrt{2}=3$	**3p**
	$a<b^{20}\Leftrightarrow 2^{30}<3^{20}\Leftrightarrow\left(2^3\right)^{10}<\left(3^2\right)^{10}\Leftrightarrow 8^{10}<9^{10}$, relaţie adevărată	**2p**
5.	$E(x)=\left((3x+4)-(3x-4)\right)^2=(3x+4-3x+4)^2=8^2=64$, pentru orice număr real x	**3p**
	$n^3=64\Leftrightarrow n^3=4^3$, de unde obţinem $n=4$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $AC=BC=6\text{cm}$	**2p**
	ΔACE este echilateral, deci $CE=EA=6\text{cm}\Rightarrow P_{ABCE}=AB+BC+CE+EA=4\cdot 6=24\text{cm}$	**3p**
	b) $ABCE$ romb, deci BE este bisectoarea $\sphericalangle ABC\Rightarrow m(\sphericalangle ABE)=\frac{1}{2}\cdot 60°=30°$ şi, cum ΔABD este echilateral, obţinem $m(\sphericalangle DBE)=m(\sphericalangle ABD)+m(\sphericalangle ABE)=90°\Rightarrow EB\perp BD\Rightarrow d(E,BD)=EB$	**3p**
	$m(\sphericalangle DAE)=m(\sphericalangle DAB)+m(\sphericalangle BAC)+m(\sphericalangle CAE)=180°\Rightarrow D$, A şi E sunt coliniare, deci $DE=12\text{cm}$ şi, cum ΔBED este dreptunghic, obţinem $EB=6\sqrt{3}\text{cm}$	**2p**

	c) $BC \parallel AE \Rightarrow \Delta MQC \sim \Delta EQA \Rightarrow \frac{CQ}{QA} = \frac{CM}{AE}$, deci $\frac{CQ}{QA} = \frac{1}{2}$	**2p**
	ΔABC echilateral $\Rightarrow AM \perp BC \Rightarrow AM \parallel QN$, unde $QN \perp BC$, $N \in BC \Rightarrow \Delta CQN \sim \Delta CAM$, deci $\frac{QN}{AM} = \frac{1}{3}$, de unde obținem $\mathcal{A}_{\Delta CMQ} = \frac{1}{2} \cdot QN \cdot CM = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot AM \cdot \frac{1}{2} \cdot BC = \frac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$	**3p**
	$= 12^2 = 144\text{cm}^2$	**2p**
	b) $ABCD$ pătrat, deci O este mijlocul lui AC și $BCC'B'$ dreptunghi, deci M este mijlocul lui $B'C \Rightarrow OM$ linie mijlocie în $\Delta ACB' \Rightarrow OM \parallel AB' \Rightarrow m(\sphericalangle(A'B, OM)) = m(\sphericalangle(A'B, AB'))$	**3p**
	$AA' \perp (ABC) \Rightarrow ABB'A'$ dreptunghi, deci $AB' = \sqrt{144 + 432} = 24\text{cm}$ și, cum $AB = 12\text{cm}$, obținem că $m(\sphericalangle AB'B) = 30°$, deci $m(\sphericalangle(A'B, OM)) = m(\sphericalangle(A'B, AB')) = 60°$	**2p**
	c) $ON \perp BC$, unde N este mijlocul lui BC și, cum $BB' \perp (ABC)$ și $ON \subset (ABC) \Rightarrow BB' \perp ON$ deci, cum $BC \cap BB' = \{B\}$, $ON \perp (BCC') \Rightarrow m(\sphericalangle(OM, (BCC'))) = m(\sphericalangle(OM, MN)) = m(\sphericalangle OMN)$	**3p**
	ΔONM dreptunghic, $ON = 6\text{cm}, OM = 12\text{cm} \Rightarrow \sin(\sphericalangle OMN) = \frac{ON}{OM} = \frac{1}{2} \Rightarrow m(\sphericalangle OMN) = 30°$	**2p**

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 28

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $(12-12:3):8$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Un obiect costă 60 de lei. După o scumpire cu 10%, obiectul costă $\dots$ de lei.

5p **3.** Cel mai mare număr din mulțimea $\{0,1,-1,4,-4\}$ este egal cu $\dots$.

5p **4.** În triunghiul ABC cu $BC=8\text{cm}$, punctul M este mijlocul laturii AB și punctul N este mijlocul laturii AC. Lungimea segmentului MN este egală cu $\dots\text{cm}$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o prismă triunghiulară $ABCA'B'C'$ cu $AA'\perp(ABC)$. Unghiul dreptelor AA' și BC are măsura de $\dots^\circ$.

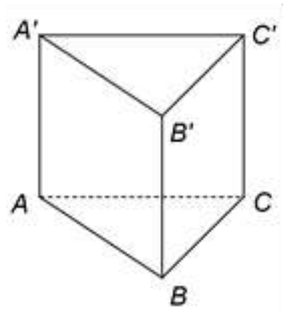


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este prezentată repartiția celor 1300 de elevi ai unui liceu în funcție de gruparea limbilor străine studiate. Fiecare elev studiază două limbi străine.

Limbile străine studiate	*Engleză Franceză*	*Engleză Germană*	*Engleză Spaniolă*	*Franceză Germană*	*Franceză Spaniolă*
Procent	60%	15%	10%	5%	

Conform informațiilor din tabel, numărul elevilor care studiază *Franceză Spaniolă* este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un trapez isoscel $ABCD$ cu $AD=BC$.

5p **2.** Calculați media geometrică a numerelor a și b, unde a este cel mai mare divizor comun al numerelor 25 și 105, iar $b=\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\frac{1}{4\cdot5}$.

5p **3.** Prețul unui obiect este de 400 de lei. După o reducere cu 10% din preț, urmează o nouă reducere cu 10% din noul preț. Calculați cu ce procent s-a micșorat prețul inițial al obiectului după cele două reduceri.

4. Se consideră numerele $x=\left(\sqrt{\frac{144}{25}}+\sqrt{16-\sqrt{49}}\right)\cdot5$ și $y=\left(\sqrt{48}+3\sqrt{5}\right)\left(4\sqrt{3}-\sqrt{45}\right)-\left(\sqrt{3}+2\right)+\frac{6}{\sqrt{12}}-|-3|$.

5p **a)** Arătați că $x=27$.

5p **b)** Arătați că numărul $N=\sqrt{x+y}$ este natural.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(4x+3)^2-(3-4x)^2+(2x-1)(x-5)-2(x+9)^2+160$, unde x este număr real. Arătați că $E(1)+E(2)+E(3)+\dots+E(10)=85$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi isoscel ABC cu $AB = 12$ cm și $m(\sphericalangle BAC) = 120°$. Punctul M este situat pe latura BC, astfel încât $AM \perp AB$.

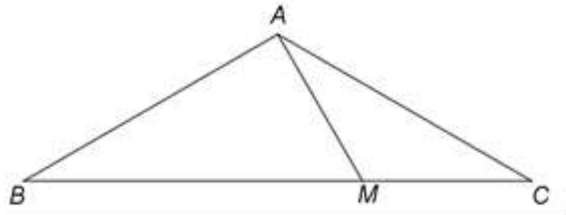


Figura 2

5p **a)** Arătați că măsura unghiului ABC este de $30°$.

5p **b)** Calculați lungimea segmentului BM.

5p **c)** Demonstrați că $AC^2 = AM \cdot BC$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 6\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD.

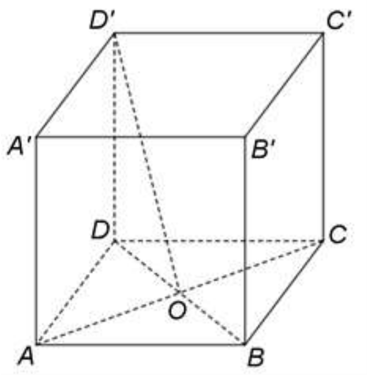


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 36cm^2.

5p **b)** Determinați măsura unghiului dreptelor $A'B$ și $D'O$.

5p **c)** Se consideră punctul M, proiecția punctului D pe planul $(AD'C)$. Demonstrați că punctele D, M și B' sunt coliniare.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 28

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	1	**5p**
2.	66	**5p**
3.	4	**5p**
4.	4	**5p**
5.	90	**5p**
6.	130	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează trapezul isoscel	**4p**
	Notează trapezul isoscel $ABCD$ cu $AD = BC$	**1p**
2.	Cum $25 = 5^2$ și $105 = 3\cdot 5\cdot 7 \Rightarrow c.m.m.d.c.\{25,105\} = 5$, deci $a = 5$	**2p**
	$b = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5} = 1-\frac{1}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow m_g = \sqrt{ab} = \sqrt{5\cdot\frac{4}{5}} = 2$	**3p**
3.	Prețul după prima reducere este $400-\frac{10}{100}\cdot 400 = 360$ de lei	**2p**
	Prețul după a doua reducere este $360-\frac{10}{100}\cdot 360 = 324$ lei, deci $\frac{p}{100}\cdot 400 = 400-324 \Rightarrow p = 19$, deci prețul inițial s-a micșorat cu 19%	**3p**
4.	**a)** $x = \left(\frac{12}{5}+\sqrt{16-7}\right)\cdot 5 = \left(\frac{12}{5}+\sqrt{9}\right)\cdot 5 =$	**3p**
	$= 12+3\cdot 5 = 27$	**2p**
	b) $y = \left(\sqrt{48}+\sqrt{45}\right)\left(\sqrt{48}-\sqrt{45}\right)-\sqrt{3}-2+\frac{6}{2\sqrt{3}}-3 = 48-45-\sqrt{3}-5+\sqrt{3} = -2$	**3p**
	$N = \sqrt{x+y} = \sqrt{27+(-2)} = \sqrt{25} = 5$, care este număr natural	**2p**
5.	$E(x) = 16x^2+24x+9-9+24x-16x^2+2x^2-11x+5-2x^2-36x-162+160 = x+3$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(1)+E(2)+E(3)+\ldots+E(10) = (1+2+3+\ldots+10)+3\cdot 10 = 55+30 = 85$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** ΔABC este isoscel, deci $m(\sphericalangle ABC) = \frac{180^\circ - m(\sphericalangle BAC)}{2} =$	**3p**
	$= \frac{180^\circ-120^\circ}{2} = 30^\circ$	**2p**

	b) ΔABM este dreptunghic în $A \Rightarrow \cos(\sphericalangle ABM) = \frac{AB}{BM}$	**2p**
	$\cos 30° = \frac{12}{BM} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12}{BM}$, deci $BM = 8\sqrt{3}\,\text{cm}$	**3p**
	c) $m(\sphericalangle MAC) = m(\sphericalangle BAC) - m(\sphericalangle BAM) = 120° - 90° = 30°$ și, cum ΔABC este isoscel, deci $m(\sphericalangle ACB) = 30°$, obținem că $\Delta ABC \sim \Delta MAC$	**3p**
	$\frac{AB}{MA} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AM \cdot BC$ și, cum $AB = AC$, obținem $AC^2 = AM \cdot BC$	**2p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$	**3p**
	$= 6^2 = 36\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) $BC \parallel A'D'$ și $BC = A'D' \Rightarrow A'D'CB$ paralelogram, deci $A'B \parallel D'C$, de unde obținem că $m(\sphericalangle(A'B, D'O)) = m(\sphericalangle(D'C, D'O))$	**2p**
	$AC = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$, $D'C = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$ și $AD' = 6\sqrt{2}\,\text{cm} \Rightarrow \Delta D'AC$ echilateral și, cum O e mijlocul segmentului $AC \Rightarrow D'O$ este bisectoarea $\sphericalangle AD'C \Rightarrow m(\sphericalangle(D'C, D'O)) = m(\sphericalangle CD'O) = 30°$	**3p**
	c) $DA = DD' = DC$ și, cum $DM \perp (AD'C)$, $M \in (AD'C)$, ΔDMA, $\Delta DMD'$ și ΔDMC sunt dreptunghice și au latura DM comună $\Rightarrow \Delta DMA \equiv \Delta DMD' \equiv \Delta DMC \Rightarrow AM = D'M = CM$, deci M este centrul cercului circumscris $\Delta D'AC$	**2p**
	$B'A = B'D' = B'C$ și, cum pentru $B'N \perp (AD'C)$, $N \in (AD'C)$, $\Delta B'NA$, $\Delta B'ND'$ și $\Delta B'NC$ sunt dreptunghice și au latura $B'N$ comună, obținem $\Delta B'NA \equiv \Delta B'ND' \equiv \Delta B'NC$, deci $AN = D'N = CN \Rightarrow N$ este centrul cercului circumscris $\Delta D'AC$, de unde obținem că $M = N$ și, cum $DM \perp (AD'C)$ și $B'N \perp (AD'C)$, punctele D, M și B' sunt coliniare	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 29

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $(9-9:3):6$ este egal cu $\ldots$.

5p **2.** Zece kilograme de mere costă 30 de lei. Un kilogram de mere de același fel costă $\ldots$ lei.

5p **3.** Dacă $A=\{-3,-2,-1,0\}$ și $B=\{0,1,2,3\}$, atunci $A\cap B=\{\ldots\}$.

5p **4.** Triunghiul dreptunghic isoscel ABC are ipotenuza $BC=10\sqrt{2}\,\text{cm}$. Aria acestui triunghi este egală cu $\ldots\text{cm}^2$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu $VO\perp(ABC)$. Unghiul dreptelor VO și BC are măsura de $\ldots°$.

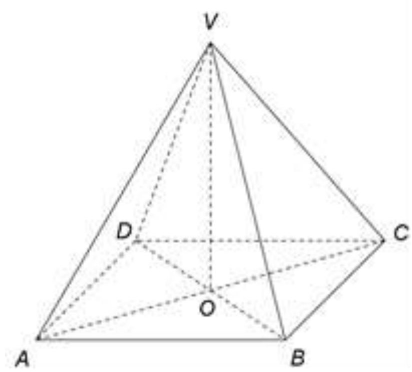


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este prezentată situația statistică a notelor obţinute de elevii unei clase a VIII-a la un test.

Nota la test	4	5	6	7	8	9	10
Număr de elevi	0	2	3	6	5	4	4

Conform tabelului, media notelor obținute de elevii clasei a VIII-a la test este egală cu $\ldots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDMNPQ$.

5p **2.** Determinaţi numărul natural de trei cifre, care are cifra unităților 9 și care se divide cu fiecare dintre cifrele sale.

5p **3.** În două cartiere locuiesc 2100 de persoane. Numărul locuitorilor din primul cartier reprezintă jumătate din numărul locuitorilor din al doilea cartier. Determinaţi numărul locuitorilor din fiecare cartier.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{2\sqrt{5}}\right):\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)$ și $b=\left(\sqrt{3}-\sqrt{7}\right)^2+\sqrt{84}$.

5p **a)** Arătați că $a=\frac{1}{\sqrt{10}}$.

5p **b)** Calculați $a^{2020}\cdot b^{1010}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x+1)^2-(x-1)^2+(2x+1)^2-(2x-1)^2$, unde x este număr real. Știind că n este un număr natural pentru care $E(n)$ este pătratul unui număr natural, arătați că n se divide cu 3.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* sunt reprezentate un paralelogram $ABCD$ cu $AB = 5$ cm, $BC = 7$ cm și, în exteriorul paralelogramului $ABCD$, pătratele $ABEF$ și $ADMN$.

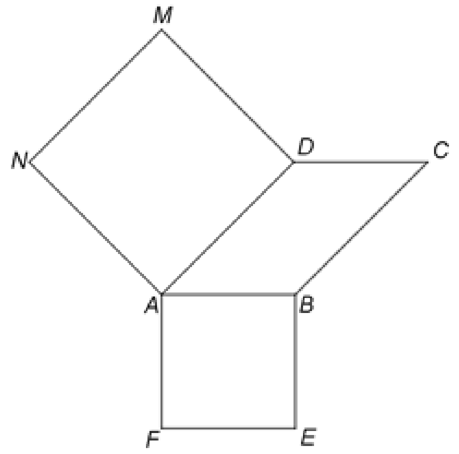


Figura 2

5p **a)** Arătaţi că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu 24 cm.
5p **b)** Demonstraţi că segmentele NF şi AC sunt congruente.
5p **c)** Demonstrați că dreptele AC și NF sunt perpendiculare.

2. În *Figura 3* este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB = 18$ cm și dreapta MO perpendiculară pe planul (ABC), unde O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC, $MO = 6$ cm. Punctul N este mijlocul segmentului BC.

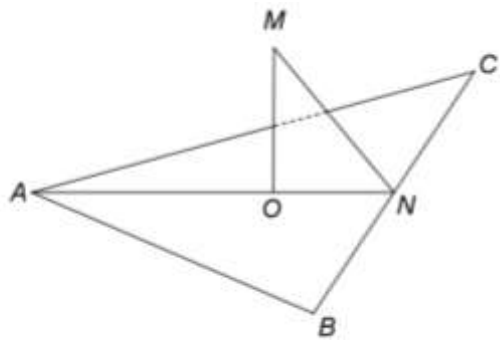


Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 54 cm.
5p **b)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta MA și planul (ABC).
5p **c)** Demonstrați că distanța de la punctul A la planul (MBC) este egală cu $\frac{18\sqrt{21}}{7}$ cm.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 29

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	1	**5p**
2.	3	**5p**
3.	0	**5p**
4.	50	**5p**
5.	90	**5p**
6.	$7{,}75$	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic	**4p**
	Notează paralelipipedul dreptunghic $ABCDMNPQ$	**1p**
2.	$n=\overline{ab9}$ este divizibil cu $9 \Rightarrow a+b+9$ se divide cu 9, deci $a+b$ se divide cu 9	**2p**
	$n=\overline{ab9}$ este număr impar și se divide cu a și b, deci a și b sunt impare $\Rightarrow a+b$ este număr par, deci $a+b=18$ și obținem $a=b=9$, deci $n=999$	**3p**
3.	Numărul locuitorilor din al doilea cartier este $2x$, unde x este numărul de locuitori din primul cartier	**3p**
	$x+2x=2100 \Rightarrow 3x=2100$, deci $x=700$ de locuitori sunt în primul cartier și $700\cdot 2=1400$ de locuitori sunt în al doilea cartier	**2p**
4.	**a)** $a=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right):\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right):\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)=$	**3p**
	$=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{10}}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{10}}$	**2p**
	b) $b=3-2\sqrt{21}+7+2\sqrt{21}=10$	**3p**
	$a^{2020}\cdot b^{1010}=\frac{1}{10^{1010}}\cdot 10^{1010}=1$	**2p**
5.	$E(x)=\left((x+1)-(x-1)\right)\left((x+1)+(x-1)\right)+\left((2x+1)-(2x-1)\right)\left((2x+1)+(2x-1)\right)=$ $=2\cdot 2x+2\cdot 4x=12x$	**3p**
	Cum $E(n)=4\cdot 3\cdot n=2^2\cdot 3\cdot n$ este pătratul unui număr natural, obținem că n se divide cu 3	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ paralelogram, deci $P_{ABCD}=2(AB+BC)=$	**3p**
	$=2\cdot 12=24\text{cm}$	**2p**
	b) $m(\sphericalangle NAF)=360°-m(\sphericalangle NAD)-m(\sphericalangle BAD)-m(\sphericalangle BAF)=180°-m(\sphericalangle BAD)$ și, cum $ABCD$ paralelogram, deci $\sphericalangle BAD$ și $\sphericalangle ADC$ sunt suplementare, obținem $\sphericalangle NAF\equiv\sphericalangle ADC$	**2p**
	$AF=AB,\ AB=DC \Rightarrow AF=DC$ și, cum $\sphericalangle NAF\equiv\sphericalangle ADC$ și $NA=AD\Rightarrow \Delta NAF\equiv\Delta ADC$, deci $NF=AC$	**3p**

	c) $m(\sphericalangle CAP)=180°$, unde $\{P\}=AC\cap NF$, deci $m(\sphericalangle PAF)+m(\sphericalangle BAC)=90°$	**2p**
	$AB\parallel CD\Rightarrow\sphericalangle BAC\equiv\sphericalangle DCA$ și, cum $\sphericalangle DCA\equiv\sphericalangle AFN$, obținem $m(\sphericalangle PAF)+m(\sphericalangle AFP)=90°$, de unde obținem $m(\sphericalangle APF)=90°\Rightarrow AC\perp NF$	**3p**
2.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $P_{\Delta ABC}=3AB=$	**3p**
	$=3\cdot 18=54\text{cm}$	**2p**
	b) $MO\perp(ABC)\Rightarrow m(\sphericalangle(MA,(ABC)))=m(\sphericalangle(MA,AO))=m(\sphericalangle MAO)$	**2p**
	ΔABC este echilateral, deci $AO=\frac{2}{3}AN=6\sqrt{3}\text{cm}$ și, cum ΔMOA este dreptunghic, obținem $\text{tg}(\sphericalangle MAO)=\frac{MO}{AO}=\frac{1}{\sqrt{3}}$, deci $m(\sphericalangle MAO)=30°$	**3p**
	c) $MO\perp(ABC)\Rightarrow MO\perp BC$ și, cum $ON\perp BC$ și $MO\cap ON=\{O\}$, obținem $BC\perp(MON)$, deci $BC\perp AP$, unde $AP\perp MN$, $P\in MN$ și, cum $MN\cap BC=\{N\}$, obținem $AP\perp(MBC)$, deci $d(A,(MBC))=AP$	**2p**
	$AN=9\sqrt{3}\text{cm}$, $MN=3\sqrt{7}\text{cm}$ și, cum $\mathcal{A}_{\Delta MAN}=\frac{AP\cdot MN}{2}=\frac{MO\cdot AN}{2}$, obținem $AP=\frac{18\sqrt{21}}{7}\text{cm}$	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 30

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $10-2\cdot(10-10:2)$ este egal cu $\ldots$.

5p **2.** Dacă $\frac{x-1}{6}=\frac{1}{6}$, atunci numărul real x este egal cu $\ldots$.

5p **3.** Cel mai mare număr natural de două cifre divizibil cu 10 este $\ldots$.

5p **4.** Un cerc are raza $r=10\,\text{cm}$. Lungimea acestui cerc este egală cu $\ldots\pi\,\text{cm}$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDEFGH$. Unghiul dreptelor AE și EG are măsura de $\ldots^\circ$.

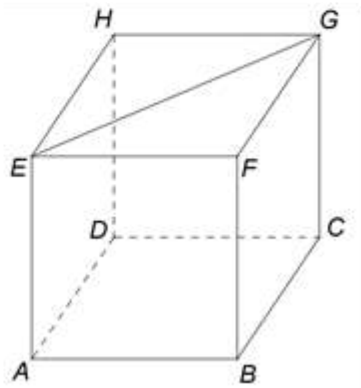


Figura 1

5p **6.** În tabelul următor sunt prezentate informații despre numărul de vizitatori ai unui site de știri, în cinci zile consecutive ale unei săptămâni.

Ziua	luni	marți	miercuri	joi	vineri
Nr. de vizitatori	95695	55220	64208	55665	35695

Conform tabelului, numărul de vizitatori ai site-ului în ziua de luni este mai mare decât numărul de vizitatori ai site-ului în ziua de vineri cu $\ldots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră cu vârful V și baza pătratul $ABCD$.

5p **2.** Determinați numerele naturale de trei cifre care sunt de 34 de ori mai mari decât suma cifrelor lor.

5p **3.** Vârsta unei mame este de 3 ori mai mare decât vârsta fiicei ei, iar vârsta tatălui este cu 4 ani mai mare decât vârsta mamei. Suma vârstelor celor trei este 88 de ani. Calculați vârsta tatălui.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}\right):\sqrt{6}$ și $b=\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{4\cdot 6}$.

5p **a)** Arătaţi că $a=2$.

5p **b)** Calculați $(8a-30b)^{100}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x+3)^2-(x+1)^2-(x+3)(x-3)+(x+1)(x-1)$, unde x este număr real. Determinați numerele naturale n pentru care $E(n)\le 20$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi ABC, dreptunghic în A, cu $BC = 32\,\text{cm}$ şi $BD = 8\,\text{cm}$, unde $AD \perp BC$, $D \in BC$. Punctul M este mijlocul laturii AC.

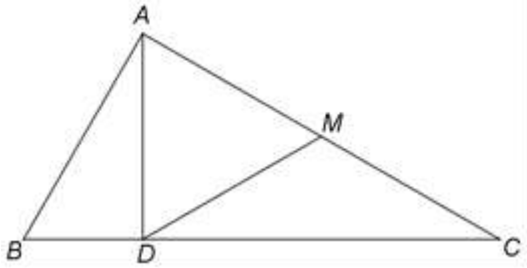


Figura 2

5p **a)** Arătați că $AB = 16\,\text{cm}$.

5p **b)** Calculați aria patrulaterului $ABDM$.

5p **c)** Demonstrați că, dacă N este punctul de intersecție a dreptelor AB și DM, atunci segmentele MN și AC sunt congruente.

2. În *Figura 3* este reprezentată o prismă patrulateră $ABCDA'B'C'D'$ cu baza pătratul $ABCD$, $AB = 6\,\text{cm}$ și $AA' \perp (ABC)$. Dreptele AC și BD se intersectează în O, iar dreptele BC' și $B'C$ se intersectează în M.

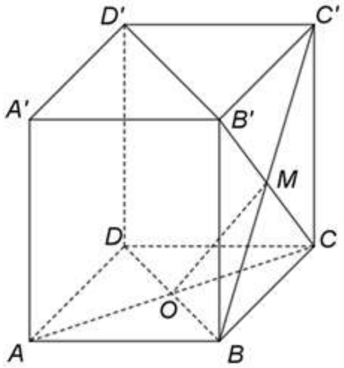


Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu $24\,\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că dreapta DC' este paralelă cu planul (COM).

5p **c)** Demonstrați că, dacă punctul N este simetricul punctului O față de punctul M, atunci punctele A', B', C' și N sunt coplanare.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 30

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	0	**5p**
2.	2	**5p**
3.	90	**5p**
4.	20	**5p**
5.	90	**5p**
6.	60000	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida patrulateră cu baza pătrat	**4p**
	Notează piramida patrulateră cu vârful V și baza pătratul $ABCD$	**1p**
2.	$n=\overline{abc}\Rightarrow 100a+10b+c=34(a+b+c)\Rightarrow 8b=11(2a-c)$, de unde obținem 11 divide b, deci $b=0$ și $c=2a$	**3p**
	Obținem numerele 102, 204, 306 și 408	**2p**
3.	Vârsta mamei este $x-4$, vârsta fiicei $\frac{1}{3}(x-4)$, unde x este vârsta tatălui	**2p**
	$x+x-4+\frac{1}{3}(x-4)=88\Rightarrow x=40$ de ani	**3p**
4.	**a)** $a=\left(\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)-\sqrt{5}\right)\left(\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)+\sqrt{5}\right):\sqrt{6}=\left(\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2\right):\sqrt{6}=$	**3p**
	$=\left(2+2\sqrt{6}+3-5\right):\sqrt{6}=2\sqrt{6}:\sqrt{6}=2$	**2p**
	b) $b=\frac{1}{3}+\frac{1}{8}+\frac{1}{15}+\frac{1}{24}=\frac{8+3+1}{24}+\frac{1}{15}=\frac{1}{2}+\frac{1}{15}=\frac{17}{30}$	**3p**
	$(8a-30b)^{100}=\left(8\cdot 2-30\cdot\frac{17}{30}\right)^{100}=(16-17)^{100}=(-1)^{100}=1$	**2p**
5.	$E(x)=(x+3-x-1)(x+3+x+1)-\left(x^2-9\right)+\left(x^2-1\right)=2(2x+4)-x^2+9+x^2-1=4x+16$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(n)=4n+16\Rightarrow 4n+16\le 20\Rightarrow 4n\le 4$ și, cum n este număr natural, obținem $n=0$ sau $n=1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** ΔABC este dreptunghic în A şi $AD\perp BC$, $D\in BC\Rightarrow AB^2=BD\cdot BC=$	**3p**
	$=8\cdot 32=256\Rightarrow AB=16\,\text{cm}$	**2p**

	b) ΔABC este dreptunghic în A şi $AD \perp BC$, $D \in BC \Rightarrow AD = \sqrt{BD \cdot DC} = 8\sqrt{3}\,\text{cm}$, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABD} = \frac{AD \cdot BD}{2} = 32\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**2p**
	ΔADC dreptunghic în D şi M este mijlocul laturii $AC \Rightarrow \mathcal{A}_{\Delta AMD} = \frac{1}{2}\mathcal{A}_{\Delta ADC} = 48\sqrt{3}\,\text{cm}^2$, deci $\mathcal{A}_{ABDM} = \mathcal{A}_{\Delta ABD} + \mathcal{A}_{\Delta AMD} = 80\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**3p**
	c) ΔABC este dreptunghic în A şi $AB = \frac{BC}{2} \Rightarrow m(\sphericalangle ACB) = 30°$ şi, cum $MC = MD$, obținem $m(\sphericalangle DMC) = 120°$, deci $m(\sphericalangle AMN) = 60°$	**2p**
	ΔAMN este dreptunghic în A şi $m(\sphericalangle AMN) = 60° \Rightarrow m(\sphericalangle ANM) = 30° \Rightarrow AM = \frac{MN}{2}$, deci $MN = 2AM$ și, cum $AC = 2AM$, obținem $MN = AC$	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ pătrat, deci $P_{ABCD} = 4AB =$	**3p**
	$= 4 \cdot 6 = 24\,\text{cm}$	**2p**
	b) $ABCD$ pătrat cu $\{O\} = AC \cap BD \Rightarrow O$ este mijlocul segmentului BD și $BCC'B'$ dreptunghi cu $\{M\} = BC' \cap B'C \Rightarrow M$ este mijlocul segmentului BC', deci OM este linie mijlocie în $\Delta BDC'$	**3p**
	$DC' \parallel OM$ și $OM \subset (COM) \Rightarrow DC' \parallel (COM)$	**2p**
	c) M este mijlocul segmentului ON și M este mijlocul segmentului $B'C \Rightarrow OCNB'$ paralelogram, deci $B'N' \parallel OC$	**3p**
	$OC \parallel A'C' \Rightarrow B'N' \parallel A'C'$, deci punctele A', B', C' și N sunt coplanare	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 31

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $3\cdot 5-(10-20:4)\cdot 3$ este egal cu $\ldots$.

5p **2.** Un kilogram de mere costă $2{,}50$ lei. Patru kilograme de mere de același fel costă $\ldots$ lei.

5p **3.** Numărul de elemente ale mulțimii $A=\{x\in\mathbb{N} \mid x\le 4\}$ este $\ldots$.

5p **4.** Dreptunghiul $ABCD$ are aria egală cu $30\,\text{cm}^2$. Știind că $AB=6\,\text{cm}$, lungimea laturii AD este egală cu $\ldots$ cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor DD' și $B'C'$ are măsura de $\ldots°$.

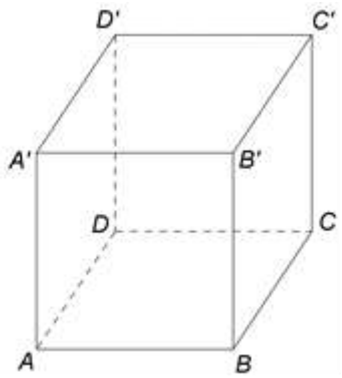
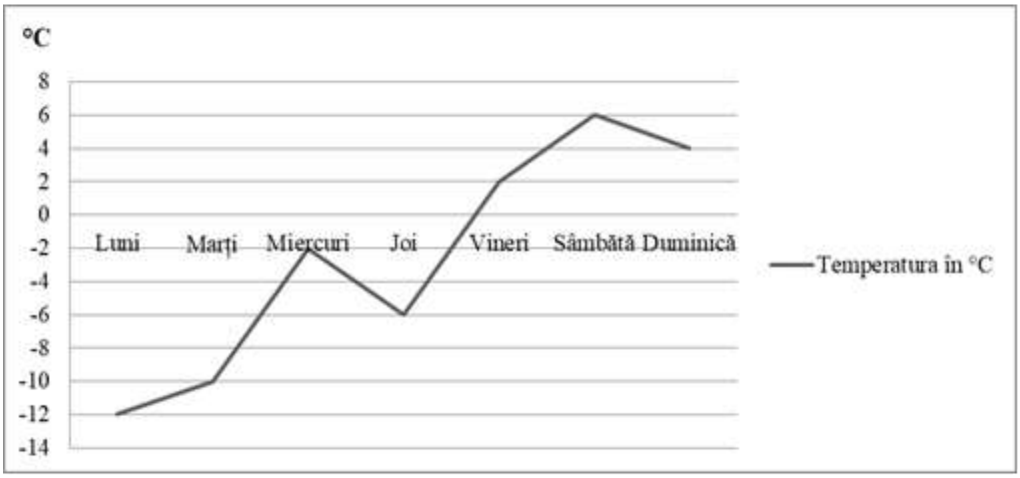


Figura 1

5p **6.** În diagrama următoare sunt prezentate informații despre temperatura, în °C, înregistrată în fiecare dintre zilele unei săptămâni.



Conform informațiilor din diagramă, diferența dintre cea mai mare temperatură și cea mai mică temperatură înregistrate în acea săptămână este egală cu $\ldots$°C.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, un trapez $ABCD$ cu bazele AB și CD, $CD<AB$.

5p **2.** Determinați numerele naturale x, y, z, știind că acestea sunt invers proporționale cu numerele 2, 3, 4 și că $xy+yz+xz=54$.

5p **3.** Andrei are trofeele câștigate la șah aranjate pe două rafturi ale bibliotecii, astfel încât pe primul raft sunt cu două trofee mai multe decât pe al doilea raft. Dacă mută trei trofee de pe primul raft pe al doilea, atunci pe al doilea raft vor fi de două ori mai multe trofee decât pe primul raft. Determinați numărul de trofee câștigate la șah, pe care le are Andrei pe cele două rafturi.

4. Se consideră numerele reale $a = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4\sqrt{2}}$ și $b = \left(0,(6) + 2\frac{1}{3}\right) : \frac{\left(1+\sqrt{3}\right)^2 - 4}{2}$.

5p **a)** Arătați că $a = \frac{7\left(2-\sqrt{2}\right)}{8}$.

5p **b)** Arătați că $\left(2+\sqrt{2}\right)a = \sqrt{3} \cdot b - \frac{5}{4}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x) = (x-2)(x+2) + (x+2)^2 - (x-2)^2 - x(x+8) + 5$, unde x este număr real. Calculați $E(1) - 2E(2) + 3E(3) - 4E(4) + \ldots + 9E(9) - 10E(10)$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AB = 12\,\text{cm}$ și $BC = 8\,\text{cm}$. Punctele E și F sunt mijloacele laturilor AB și CD, punctul M este simetricul punctului D față de punctul E și punctul N este simetricul punctului B față de punctul F.

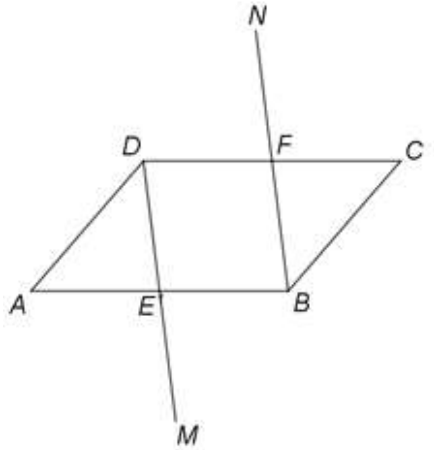


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu $40\,\text{cm}$.
5p **b)** Demonstrați că punctele M, B și C sunt coliniare.
5p **c)** Demonstrați că, dacă segmentele AC și MN sunt congruente, atunci dreptele AM și AN sunt perpendiculare.

2. În *Figura 3* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AC = 12\sqrt{3}\,\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD, iar dreapta VO este perpendiculară pe planul (ABC), $VO = 6\,\text{cm}$. Punctele M, N și P sunt situate pe segmentele VB, VC și, respectiv, VO astfel încât $\frac{VM}{VB} = \frac{2}{3}$, $CN = 4\,\text{cm}$ și $VP = 2PO$.

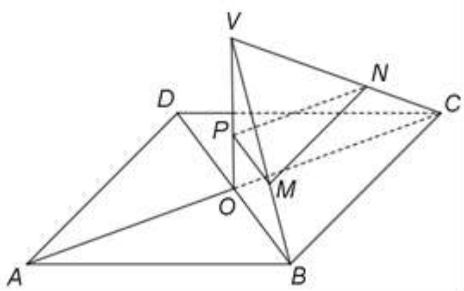


Figura 3

5p **a)** Arătați că lungimea segmentului CO este egală cu $6\sqrt{3}\,\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că planele (MNP) și (ABC) sunt paralele.

5p **c)** Determinați distanța dintre planele paralele (MNP) și (ABC).

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 31

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	0	**5p**
2.	10	**5p**
3.	5	**5p**
4.	5	**5p**
5.	90	**5p**
6.	18	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează trapezul	**4p**
	Notează trapezul $ABCD$ cu bazele AB și CD, $CD < AB$	**1p**
2.	$2x = 3y = 4z = k$, unde k este număr natural, deci $x = \frac{k}{2}$, $y = \frac{k}{3}$, $z = \frac{k}{4}$	**2p**
	$\frac{k}{2}\cdot\frac{k}{3}+\frac{k}{3}\cdot\frac{k}{4}+\frac{k}{2}\cdot\frac{k}{4}=54 \Rightarrow k^2 = 144$ și, cum k este număr natural, obținem $k = 12$, deci $x = 6$, $y = 4$ și $z = 3$	**3p**
3.	Pe primul raft sunt $x+2$ trofee, unde x este numărul de trofee de pe al doilea raft	**2p**
	$2(x+2-3) = x+3 \Leftrightarrow x = 5$, deci Andrei are $5+2+5=12$ trofee câștigate la șah	**3p**
4.	**a)** $a = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{4\sqrt{2}}\right)=\frac{4+2+1}{4}-\frac{4+2+1}{4\sqrt{2}}=\frac{7}{4}-\frac{7}{4\sqrt{2}}=$	**3p**
	$=\frac{7}{4}-\frac{7\sqrt{2}}{8}=\frac{14-7\sqrt{2}}{8}=\frac{7\left(2-\sqrt{2}\right)}{8}$	**2p**
	b) $b=\left(\frac{6}{9}+\frac{7}{3}\right):\frac{1+2\sqrt{3}+3-4}{2}=\left(\frac{2}{3}+\frac{7}{3}\right):\frac{2\sqrt{3}}{2}=3:\sqrt{3}=\sqrt{3}$	**3p**
	$\left(2+\sqrt{2}\right)a=\left(2+\sqrt{2}\right)\cdot\frac{7\left(2-\sqrt{2}\right)}{8}=\frac{7(4-2)}{8}=\frac{7}{4}$ și, cum $\sqrt{3}\cdot b-\frac{5}{4}=\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}-\frac{5}{4}=3-\frac{5}{4}=\frac{7}{4}$, obținem $\left(2+\sqrt{2}\right)a=\sqrt{3}\cdot b-\frac{5}{4}$	**2p**
5.	$E(x)=x^2-4+x^2+4x+4-\left(x^2-4x+4\right)-x^2-8x+5=x^2-4x+5-x^2+4x-4=1$, pentru orice x număr real	**3p**
	$E(1)-2E(2)+3E(3)-4E(4)+\ldots+9E(9)-10E(10)=1-2+3-4+\ldots+9-10=-5$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ este paralelogram, deci $P_{ABCD} = 2(AB+BC)=$	**3p**
	$=2(12+8)=40\text{cm}$	**2p**

	b) M este simetricul punctului D față de punctul E, deci E este mijlocul segmentului DM și, cum E este mijlocul segmentului AB, obținem că $AMBD$ este paralelogram	**3p**
	$AD \parallel MB$ și $AD \parallel BC$, deci punctele M, B și C sunt coliniare	**2p**
	c) $BCND$ este paralelogram, deci $BC \parallel DN$ și $BC = DN$, de unde obținem că punctele A, D și N sunt coliniare și $AN = 2AD$	**2p**
	$AN \parallel MC$, $AN = MC \Rightarrow AMCN$ este paralelogram și, cum $AC = MN$, obținem că $AMCN$ este dreptunghi, deci $AM \perp AN$	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ este romb și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD, deci $CO = \frac{AC}{2} =$	**3p**
	$= \frac{12\sqrt{3}}{2}\text{cm} = 6\sqrt{3}\text{cm}$	**2p**
	b) ΔVOC este dreptunghic, deci $VC = \sqrt{VO^2 + CO^2} = 12\text{cm}$ și, cum $CN = 4\text{cm}$, obținem $\frac{VN}{VC} = \frac{2}{3} = \frac{VM}{VB} \Rightarrow MN \parallel BC$	**2p**
	$VP = 2PO \Rightarrow \frac{VP}{VO} = \frac{2}{3} = \frac{VM}{VB} \Rightarrow MP \parallel BO$ și, cum $MN \cap MP = \{M\}$ și $BC \cap BO = \{B\}$, obținem $(MNP) \parallel (ABC)$	**3p**
	c) $(MNP) \parallel (ABC)$ și $VO \perp (ABC)$, deci $VO \perp (MNP)$ și, cum $VO \cap (MNP) = \{P\}$, obținem $d((MNP),(ABC)) = PO$	**3p**
	$VO = 6\text{cm} \Rightarrow VP + PO = 6\text{cm}$ și, cum, $VP = 2PO$, obținem $d((MNP),(ABC)) = PO = 2\text{cm}$	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 32

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $6-6\cdot(10-20:2)$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Dacă $\frac{5a}{3}=\frac{20}{b}$, atunci numărul $5ab$ este egal cu $\dots$.

5p **3.** Produsul elementelor mulțimii $M=\{x\in\mathbb{N} \mid x-2\le 2\}$ este egal cu $\dots$.

5p **4.** Linia mijlocie a trapezului $ABCD$ este $MN=12\text{cm}$. Suma lungimilor bazelor acestui trapez este egală cu $\dots$ cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor BD și AA' are măsura de $\dots^\circ$.

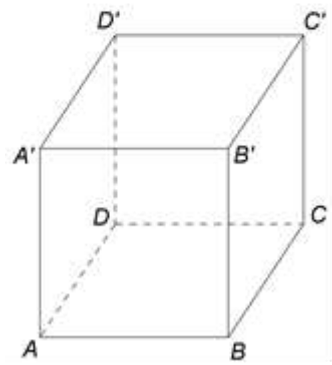


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos sunt prezentate rezultatele obținute de elevii unei școli la un test.

Punctaj	5	6	7	8	9	10
Nr. elevi	6	14	15	15	25	25

Conform informațiilor din tabel, probabilitatea ca, alegând un elev din această școală, acesta să aibă la acest test un punctaj mai mic sau egal cu 8 este egală cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $m(\sphericalangle DAB)=90^\circ$ și bazele AB și CD.

5p **2.** Determinați numerele naturale de două cifre care împărțite pe rând la 6 și la 15 dau de fiecare dată restul 5.

5p **3.** Un automobil a parcurs un traseu în trei etape. În prima etapă a parcurs cu 20km mai puțin decât $\frac{2}{3}$ din lungimea traseului, în a doua etapă a parcurs cu 15km mai mult decât $\frac{3}{5}$ din rest, iar în ultima etapă, restul de 65km. Determinaţi lungimea traseului parcurs de automobil.

4. Se consideră numerele reale $a=\sqrt{3}\left(4\sqrt{2}+3\sqrt{3}\right)-2\left(\sqrt{24}+3\right)$ și $b=\left|5-3\sqrt{3}\right|+2\left(\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$.

5p **a)** Arătați că $a=3$.

5p **b)** Arătați că numărul $n=\frac{a+b}{2}$ aparține intervalului $\left(3,2\sqrt{3}\right)$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=\left((x+4)^2-3(x+4)-1\right)\left(x^2+5x-3\right)+9$, unde x este număr real. Arătați că, pentru orice număr natural a, numărul $E(a)$ este pătratul unui număr natural par.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AB = 10\,\text{cm}$, $AD = 6\,\text{cm}$ și $m(\sphericalangle BAD) = 45°$. În exteriorul paralelogramului $ABCD$ se construiesc pătratele $ADEF$ și $ABMN$.

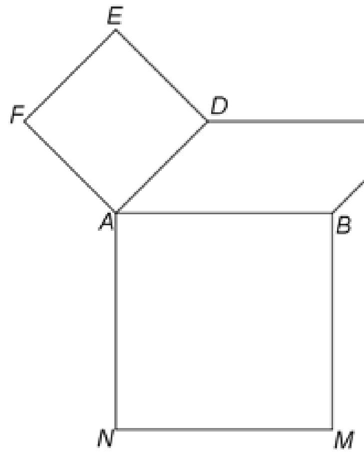


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu $32\,\text{cm}$.

5p **b)** Calculați aria patrulaterului $ABCD$.

5p **c)** Demonstrați că punctul A este ortocentrul triunghiului CFN.

2. În *Figura 3* este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu $AB = 12\,\text{cm}$ și dreptele AM, BN, CP și DQ, perpendiculare pe planul (ABC), astfel încât punctele M, N, P și Q sunt situate de aceeași parte a planului (ABC) și $AM = 2\,\text{cm}$, $BN = 8\,\text{cm}$, $CP = 10\,\text{cm}$ și $DQ = 4\,\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD, iar punctul E este mijlocul segmentului MP.

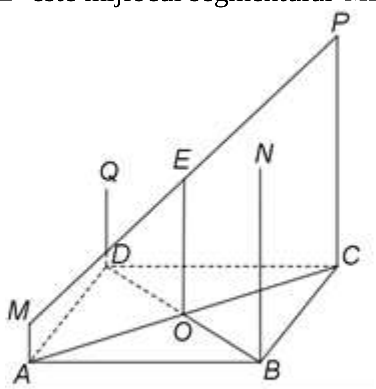


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $72\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că dreapta EO este perpendiculară pe planul (ABC).

5p **c)** Demonstrați că punctele M, N, P și Q sunt coplanare.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 32

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	6	**5p**
2.	60	**5p**
3.	0	**5p**
4.	24	**5p**
5.	90	**5p**
6.	$\frac{1}{2}$	**5p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	Desenează trapezul dreptunghic	**4p**
	Notează trapezul dreptunghic $ABCD$ cu $m(\sphericalangle DAB)=90°$ și bazele AB și CD	**1p**
2.	$\overline{ab}=6x+5$, $\overline{ab}=15y+5$, unde x și y sunt câturile obținute în fiecare caz, deci numărul $\overline{ab}-5$ este divizibil cu 6 și cu 15	**2p**
	$\overline{ab}-5\in\{30,60,90\}$, deci $\overline{ab}=35$, $\overline{ab}=65$ sau $\overline{ab}=95$	**3p**
3.	$\left(\frac{2}{3}\cdot x-20\right)+\frac{3}{5}\left(x-\frac{2}{3}\cdot x+20\right)+15+65=x$, unde x este lungimea traseului parcurs de automobil	**3p**
	$x=540\,\text{km}$	**2p**
4.	**a)** $a=4\sqrt{6}+9-2\left(2\sqrt{6}+3\right)=$	**3p**
	$=4\sqrt{6}+9-4\sqrt{6}-6=3$	**2p**
	b) $b=\left(3\sqrt{3}-5\right)+2\cdot\frac{3}{2}-2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}-5+3-\sqrt{3}+2=2\sqrt{3}$	**3p**
	$n=\frac{a+b}{2}=\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$ și, cum $3<2\sqrt{3}$, obținem $3<\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$ și $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}<2\sqrt{3}$, deci $n\in\left(3,2\sqrt{3}\right)$	**2p**
5.	$E(x)=\left(x^2+8x+16-3x-12-1\right)\left(x^2+5x-3\right)+9=\left(x^2+5x+3\right)\left(x^2+5x-3\right)+9=\left(x^2+5x\right)^2-3^2+9=$ $=\left(x^2+5x\right)^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	Pentru orice număr natural a, $E(a)=\left(a(a+5)\right)^2$ și, cum a și $a+5$ sunt numere naturale de parități diferite, produsul lor este un număr natural par, deci $E(a)$ este pătratul unui număr natural par	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ este paralelogram, deci $P_{ABCD} = 2(AB + AD) =$	**3p**
	$= 2(10+6) = 32\text{cm}$	**2p**
	b) Cum $m(\sphericalangle BAD) = 45°$, ΔDAP este dreptunghic isoscel, unde $DP \perp AB$, $P \in AB$, deci $DP = 3\sqrt{2}\text{ cm}$	**2p**
	$\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot DP = 10 \cdot 3\sqrt{2} = 30\sqrt{2}\text{ cm}^2$	**3p**
	c) $ABCD$ este paralelogram și $m(\sphericalangle BAD) = 45°$, deci $m(\sphericalangle ADC) = 135°$ și $ADEF$ este pătrat, deci $m(\sphericalangle ADF) = 45°$, de unde obținem $m(\sphericalangle CDF) = 180°$, deci punctele C, D și F sunt coliniare și, cum $NA \perp AB$ și $AB \parallel CD$, obținem $NA \perp CF$	**2p**
	$m(\sphericalangle ABC) = 135°$ și $ABMN$ este pătrat, deci $m(\sphericalangle ABN) = 45° \Rightarrow m(\sphericalangle NBC) = 180°$, deci punctele N, B și C sunt coliniare și, cum $FA \perp AD$ și $AD \parallel BC \Rightarrow FA \perp NC$ și, cum $NA \cap FA = \{A\}$, obținem că punctul A este ortocentrul triunghiului CFN	**3p**
2.	**a)** ΔABC este dreptunghic isoscel, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \dfrac{AB^2}{2} =$	**3p**
	$= \dfrac{144}{2} = 72\text{cm}^2$	**2p**
	b) $MA \perp (ABC)$ și $PC \perp (ABC) \Rightarrow MA \parallel PC$ și, cum O este mijlocul segmentului AC și E este mijlocul segmentului MP, obținem că EO este linie mijlocie în trapezul $ACPM$	**3p**
	$EO \parallel MA$ și $MA \perp (ABC)$, deci $EO \perp (ABC)$	**2p**
	c) FO este linie mijlocie în trapezul $DBNQ$, unde F este mijlocul segmentului NQ, deci $FO \parallel NB$ și $FO = \dfrac{DQ + NB}{2} = 6\text{cm}$	**2p**
	$EO = 6\text{cm} \Rightarrow EO = FO$ și, cum $EO \perp (ABC)$, $FO \perp (ABC)$ și punctele E, F sunt situate de aceeași parte a planului (ABC), obținem că E și F coincid, deci dreptele MP și NQ sunt concurente, de unde obținem că punctele M, N, P și Q sunt coplanare	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 33

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $11-11\cdot(8-16:2)$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Zece caiete de același fel costă în total 40 de lei. Cinci dintre aceste caiete costă în total $\dots$de lei.

5p **3.** Suma numerelor întregi din intervalul $[-3,4)$ este egală cu $\dots$.

5p **4.** Rombul $ABCD$ are $AB=2\sqrt{2}\text{cm}$. Perimetrul acestui romb este egal cu $\dots\text{cm}$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o prismă triunghiulară $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul echilateral ABC . Unghiul dreptelor $A'C'$ și BC are măsura de $\dots°$.

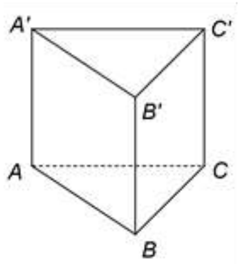
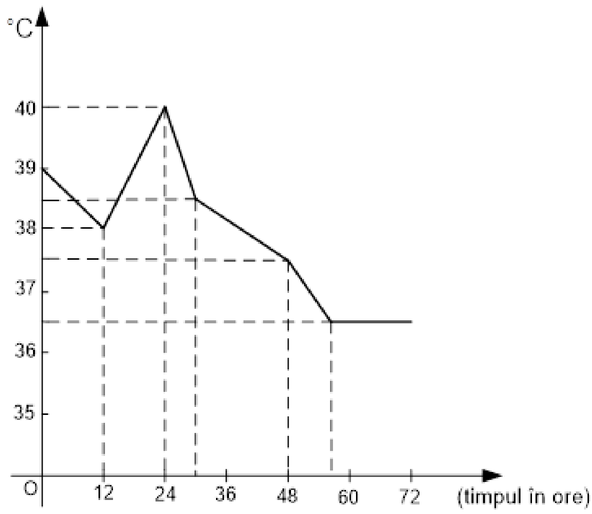


Figura 1

5p **6.** În graficul de mai jos este înregistrată temperatura unui pacient pe parcursul a 72 de ore.



Conform informațiilor din grafic, temperatura înregistrată pentru acest pacient a scăzut sub $37{,}5°\text{C}$ după $\dots$de ore.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară cu vârful V și baza triunghiul ABC .

5p **2.** Suma a trei numere naturale nenule, distincte două câte două, este egală cu 14 . Dacă unul dintre numere se dublează, suma lor devine 24 . Arătați că produsul celor trei numere este egal cu 30 .

5p **3.** O ciupercă proaspătă cântărește 20g și conține 90% apă. Prin uscare, 50% din apa conținută de ciupercă se evaporă. Calculați cât cântărește ciuperca după uscare.

4. Se consideră numerele $a=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}$ și $b=\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)+6-2\sqrt{10}$.

5p **a)** Arătați că $a-\frac{1}{2}\cdot a=1-\frac{1}{2^6}$.

5p **b)** Arătați că $a<b$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=2(x+3)(x-3)-(x-1)^2-16$, unde x este număr real. Determinați numărul natural n pentru care $E(n)$ este număr natural prim.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi echilateral ABC înscris în cercul de centru O și rază $OA=4\sqrt{3}$ cm. Segmentul BQ este diametru în cercul de centru O și rază OA, iar M este punctul de intersecție a dreptei BQ cu tangenta la cerc în punctul A.

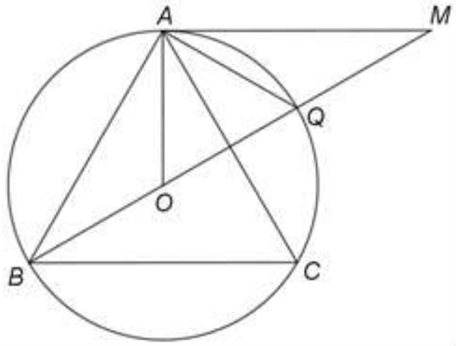


Figura 2

5p **a)** Arătați că aria cercului de centru O și rază OA este egală cu $48\pi\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Arătați că $AQ=4\sqrt{3}$ cm.

5p **c)** Demonstrați că patrulaterul $ABCM$ este romb.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu baza pătratul $ABCD$, $AB=8$cm și $VA=VB=VC=VD=8$cm. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD.

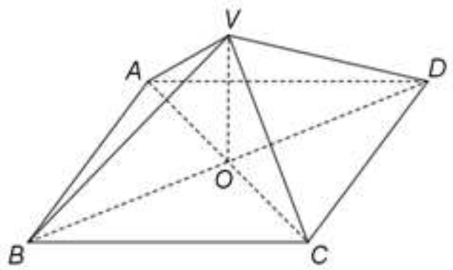


Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul pătratului $ABCD$ este egal cu 32cm.

5p **b)** Arătați că distanța de la punctul V la planul (ABC) este egală cu $\frac{AC}{2}$.

5p **c)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta BM și planul (VDM), unde punctul M este simetricul punctului B față de punctul C.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 33

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	11	**5p**
2.	20	**5p**
3.	0	**5p**
4.	$8\sqrt{2}$	**5p**
5.	60	**5p**
6.	48	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida triunghiulară	**4p**
	Notează piramida triunghiulară cu vârful V și baza triunghiul ABC	**1p**
2.	$a+b+c=14$ și $2a+b+c=24$, deci $a=10$, unde a, b și c sunt cele trei numere	**3p**
	Numerele naturale b și c sunt nenule, distincte și au suma 4, deci $bc=1\cdot 3=3 \Rightarrow abc=30$	**2p**
3.	Cantitatea de apă din ciuperca proaspătă este $\frac{90}{100}\cdot 20=18\text{g}$	**2p**
	Cum s-au evaporat $\frac{50}{100}\cdot 18=9\text{g}$, după uscare ciuperca cântărește $20-9=11\text{g}$	**3p**
4.	**a)** $a-\frac{1}{2}\cdot a=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}-\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}\right)=$	**3p**
	$=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2^2}-\frac{1}{2^3}-\frac{1}{2^4}-\frac{1}{2^5}-\frac{1}{2^6}=1-\frac{1}{2^6}$	**2p**
	b) $b=\left(\sqrt{3}-\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\right)\left(\sqrt{3}+\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\right)+6-2\sqrt{10}=3-\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2+6-2\sqrt{10}=$ $=9-\left(5-2\sqrt{10}+2\right)-2\sqrt{10}=2$	**3p**
	$\frac{1}{2}\cdot a=1-\frac{1}{2^6}\Rightarrow a=2-\frac{1}{2^5}<2=b$	**2p**
5.	$E(x)=2\left(x^2-9\right)-\left(x^2-2x+1\right)-16=2x^2-18-x^2+2x-1-16=x^2+2x-35$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(n)=(n-5)(n+7)$ și, cum n este număr natural, $E(n)$ este număr natural prim dacă $n-5=1$, deci $n=6$, care convine deoarece $E(6)=13$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\mathcal{A}_{\mathcal{C}(O,OA)}=\pi\cdot OA^2=$	**3p**
	$=\pi\cdot\left(4\sqrt{3}\right)^2=48\pi\,\text{cm}^2$	**2p**

	b) BQ este diametru, deci $BQ = 8\sqrt{3}$ cm și $m(\sphericalangle BAQ) = 90°$	**2p**
	ΔABC este echilateral, deci $AB = OA\sqrt{3}\,\text{cm} = 12\,\text{cm}$, deci $AQ = \sqrt{BQ^2 - AB^2} = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$	**3p**
	c) $m(\sphericalangle BAO) = 30°$ și $OA \perp AM$, deci $m(\sphericalangle BAM) = 120°$ și, cum $m(\sphericalangle ABO) = 30°$, obținem $m(\sphericalangle AMB) = 30°$, deci ΔABM este isoscel	**2p**
	$OA \perp AM$ și $AO \perp BC \Rightarrow AM \parallel BC$ și, cum $AM = AB = BC$, obținem că $ABCM$ este romb	**3p**
2.	**a)** $P_{ABCD} = 4AB =$	**3p**
	$= 4 \cdot 8 = 32\,\text{cm}$	**2p**
	b) $ABCD$ este pătrat, deci $AO = BO = CO = DO$, de unde obținem că VO este mediană în triunghiurile isoscele VAC și VBD, deci $VO \perp AC$ și $VO \perp BD$ și, cum $\{O\} = AC \cap BD$, obținem că $VO \perp (ABC)$, deci $d(V,(ABC)) = VO$	**3p**
	ΔVOA este dreptunghic, $VA = 8\,\text{cm}$, $OA = 4\sqrt{2}\,\text{cm}$, deci $VO = \sqrt{64-32} = 4\sqrt{2}\,\text{cm} \Rightarrow VO = \frac{AC}{2}$	**2p**
	c) ΔVBC echilateral, deci $CV = CB = CM \Rightarrow \Delta VBM$ este dreptunghic, deci $VB \perp VM$ și, cum $OB = OD = OV \Rightarrow \Delta VBD$ este dreptunghic, deci $VB \perp VD$ și, cum $\{V\} = VM \cap VD$, obținem $BV \perp (VDM)$, deci $m(\sphericalangle(BM,(VDM))) = m(\sphericalangle(BM,VM)) = m(\sphericalangle BMV)$	**3p**
	ΔVBM este dreptunghic în V și $m(\sphericalangle VBM) = 60°$, deci $m(\sphericalangle BMV) = 30°$	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 34

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $10-(10-20:2)\cdot 6$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Dacă $\frac{x-4}{12}=\frac{1}{6}$, atunci x este egal cu $\dots$.

5p **3.** Cel mai mic număr întreg care aparține intervalului $(-5,5)$ este egal cu $\dots$.

5p **4.** Pătratul $ABCD$ are diagonala $AC=2\sqrt{2}\text{ cm}$. Aria acestui pătrat este egală cu $\dots\text{ cm}^2$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu $VO\perp(ABC)$. Unghiul dreptelor VO și DC are măsura de $\dots^\circ$.

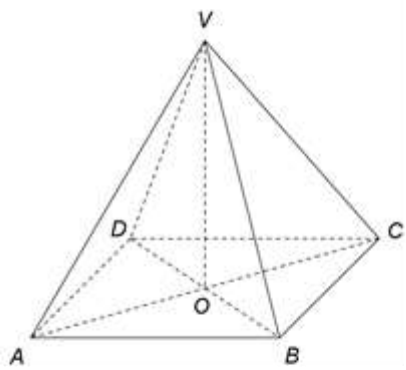
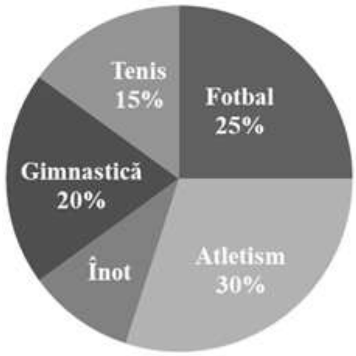


Figura 1

5p **6.** În diagrama următoare este reprezentată distribuția celor 240 de elevi ai unui club sportiv în funcție de sportul practicat. Fiecare elev practică un singur sport.



Conform informațiilor din diagramă, numărul elevilor care practică înotul este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un cub $ABCDA'B'C'D'$.

5p **2.** Determinaţi numărul natural $\overline{abc}$ cu proprietatea că $\overline{abc}+\overline{bc}=176$.

5p **3.** O echipă de hochei are în lot 15 jucători. Într-un meci, fiecare hocheist a jucat același număr de minute, iar în teren s-au aflat în permanență 6 jucători. Determinaţi câte minute a jucat un hocheist, știind că meciul a durat o oră.

4. Se consideră numerele reale $a=\frac{201}{2}+\frac{401}{4}+\frac{601}{6}+\frac{1201}{12}$ și $b=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{32}+\sqrt{48}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{32}-\sqrt{48}}:\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$.

5p **a)** Arătați că $a=401$.

5p **b)** Calculați media aritmetică a numerelor a și b.

5p	**5.** Se consideră expresia $E(x)=2(x+1)(x-3)+(x+3)(1-x)+(x+2)(2-x)+6x$, unde x este număr real. Arătați că $E^2(1)+E^2(2)+E^2(3)+\ldots+E^2(2020)=2020E(x)$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AD\perp BD$, $AB=10\,\text{cm}$ şi $AD=5\,\text{cm}$. Punctul O este intersecția diagonalelor AC și BD, iar punctul E este simetricul punctului C față de punctul B.

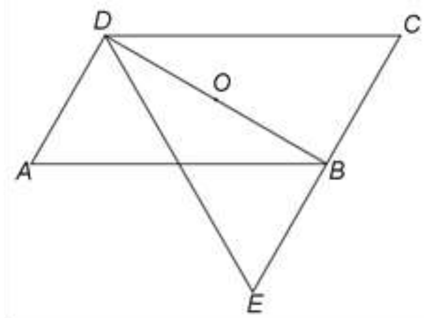


Figura 2

5p **a)** Arătaţi că $BD=5\sqrt{3}\,\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că triunghiul DEC este echilateral.

5p **c)** Arătaţi că, dacă P este punctul de intersecţie a dreptelor AB şi DE, atunci aria patrulaterului $BCOP$ este egală cu $\frac{75\sqrt{3}}{8}\text{cm}^2$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB=8\,\text{cm}$, $BC=12\,\text{cm}$ și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD. Punctul M este mijlocul laturii AD, dreapta MN este perpendiculară pe planul (ABC) și $MN=6\,\text{cm}$.

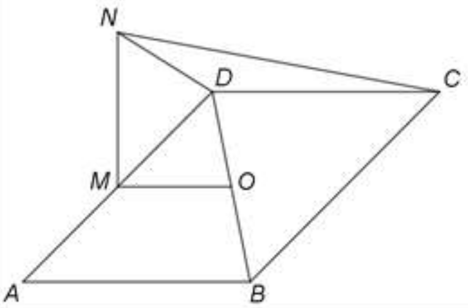


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $96\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că dreapta MO este paralelă cu planul (NCD).

5p **c)** Se consideră punctul P, mijlocul laturii BC. Demonstrați că distanța de la punctul P la dreapta AN este mai mare decât $9\,\text{cm}$.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 34

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	10	**5p**
2.	6	**5p**
3.	–4	**5p**
4.	4	**5p**
5.	90	**5p**
6.	24	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează cubul	**4p**
	Notează cubul $ABCDA'B'C'D'$	**1p**
2.	$\overline{abc}+\overline{bc}=176 \Rightarrow a=1$	**2p**
	$100+2\overline{bc}=176 \Rightarrow \overline{bc}=38$, deci $\overline{abc}=138$	**3p**
3.	Numărul total de minute jucate este egal cu $6\cdot 60=360$ de minute	**2p**
	Cum aceste 360 de minute sunt jucate de 15 hocheiști în mod egal, rezultă că fiecare hocheist a jucat $360:15=24$ de minute	**3p**
4.	**a)** $a=100+\frac{1}{2}+100+\frac{1}{4}+100+\frac{1}{6}+100+\frac{1}{12}=400+\frac{6+3+2+1}{12}=$	**3p**
	$=400+\frac{12}{12}=401$	**2p**
	b) $b=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+4\sqrt{2}+4\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+4\sqrt{2}-4\sqrt{3}}:\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{5\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{5\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)}\cdot\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=1$	**3p**
	$m_a=\frac{a+b}{2}=\frac{401+1}{2}=201$	**2p**
5.	$E(x)=2\left(x^2-3x+x-3\right)+\left(x-x^2+3-3x\right)+\left(2x-x^2+4-2x\right)+6x=1$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E^2(1)+E^2(2)+E^2(3)+\ldots+E^2(2020)=\underbrace{1+1+1+\ldots+1}_{\text{1 de 2020 ori}}=2020=2020E(x)$, pentru orice număr real x	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** ΔABD este dreptunghic în D, deci $BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=$	**3p**
	$=\sqrt{100-25}=5\sqrt{3}\,\text{cm}$	**2p**

	b) Punctul E este simetricul punctului C faţă de punctul B deci $EC = 2BC = 10\text{cm}$	**2p**
	B este mijlocul segmentului CE și $AD \perp BD$ și $AD \parallel BC \Rightarrow DB \perp CE$, deci ΔDEC este isoscel și, cum $DC = EC = 10\text{cm}$, obținem că ΔDEC este echilateral	**3p**
	c) $AD \parallel BE$, $AD = BE \Rightarrow AEBD$ este paralelogram și, cum $\{P\} = AB \cap DE$, obținem că P este mijlocul segmentului AB și, cum O este mijlocul segmentului $BD \Rightarrow PO$ este linie mijlocie în $\Delta ABD \Rightarrow PO \parallel AD$ și $PO = \dfrac{AD}{2}$	**3p**
	$AD \parallel BC \Rightarrow PO \parallel BC \Rightarrow BCOP$ trapez și, cum $OB \perp BC$, obținem $\mathcal{A}_{BCOP} = \dfrac{(PO + BC) \cdot BO}{2} =$ $= \dfrac{\left(\dfrac{5}{2} + 5\right) \cdot \dfrac{5\sqrt{3}}{2}}{2} = \dfrac{75\sqrt{3}}{8}\text{cm}^2$	**2p**
2.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot BC =$	**3p**
	$= 8 \cdot 12 = 96\text{cm}^2$	**2p**
	b) $ABCD$ dreptunghi și $\{O\} = AC \cap BD \Rightarrow O$ este mijlocul lui AC și, cum M este mijlocul laturii AD, obținem că MO este linie mijlocie în ΔADC	**2p**
	$MO \parallel DC$ și $DC \subset (NDC)$, deci $MO \parallel (NDC)$	**3p**
	c) $BP = \dfrac{BC}{2}$ și cum $AD = BC$, obținem $AM = BP$ și, cum $AM \parallel BP$, obținem $PM \perp AD$ și, cum $MN \perp (ABC) \Rightarrow PM \perp MN$ și $\{M\} = MN \cap AD \Rightarrow PM \perp (NAD)$	**2p**
	$PM \perp (NAD)$, $MQ \perp AN$, $Q \in AN$ și $AN \subset (NAD) \Rightarrow PQ \perp AN$, deci $d(P, AN) = PQ$	**1p**
	$AM \perp MN$, $MQ \perp AN \Rightarrow MQ = \dfrac{AM \cdot MN}{AN} = 3\sqrt{2}\text{cm} \Rightarrow PQ = \sqrt{PM^2 + MQ^2} = \sqrt{82} > \sqrt{81} = 9\text{cm}$	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 35

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $55-5\cdot(15-16:4)$ este egal cu $\ldots$.

5p **2.** Șase creioane de același fel costă $7,50$ lei. Un astfel de creion costă $\ldots$lei.

5p **3.** Cel mai mare număr natural care aparține intervalului $(-1,6)$ este egal cu $\ldots$.

5p **4.** Lungimea unui cerc este egală cu 30πcm. Raza acestui cerc este egală cu $\ldots$cm.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDEFGH$. Unghiul dreptelor BC și EG are măsura de $\ldots^\circ$.

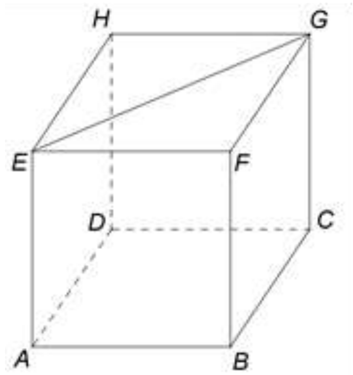
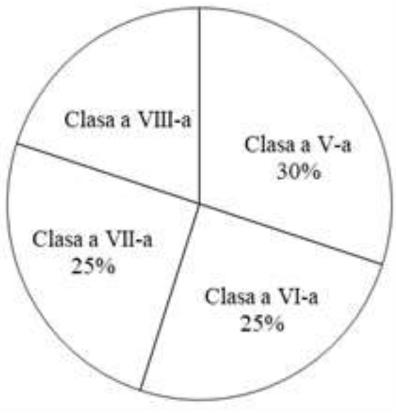


Figura 1

5p **6.** La un concurs sportiv sunt înscriși 100 de elevi din clasele de gimnaziu ale unei școli. În diagrama de mai jos este prezentată repartiția procentuală, pe clase, a elevilor înscriși la concurs.



Conform informațiilor din diagramă, numărul de elevi din clasele a VII-a și a VIII-a, înscriși la acest concurs este egal cu $\ldots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$.

5p **2.** Determinați perechile (m,n) de numere naturale pentru care $(m-3)\cdot n^2=36$.

5p **3.** Trei copii iau pe rând mere dintr-un coș. Primul copil ia jumătate din mere, plus un măr. Al doilea copil ia jumătate din merele rămase, plus un măr. Al treilea copil ia jumătate din merele rămase, plus un măr și coșul rămâne gol. Calculați câte mere au fost în coș.

4. Se consideră numerele $x=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{14}-\sqrt{10}}{2}+\frac{\sqrt{48}-\sqrt{28}}{\sqrt{8}}$ și $y=\left(0,(3)+\frac{2}{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)$.

5p **a)** Arătați că $x=\sqrt{\frac{3}{2}}$.

5p **b)** Arătați că numărul $N=2x^2y$ este natural.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x+1)(2x-3)+2(x-1)^2-4(x+3)(x-1)$, unde x este număr real. Determinați cel mai mare număr întreg m pentru care $E(m)\geq 24$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB=16\text{cm}$ și $AD\perp BC$, $D\in BC$. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor DC și AD, iar punctul E este proiecția punctului D pe dreapta AC.

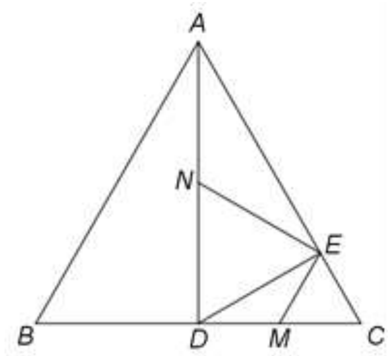


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 48cm.

5p **b)** Demonstrați că dreptele ME și NE sunt perpendiculare.

5p **c)** Calculați aria patrulaterului $BDNF$, unde F este punctul de intersecție a dreptelor EN și AB.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu baza pătratul $ABCD$, $AB=20\text{cm}$, $VA=20\text{cm}$ și $VO\perp(ABC)$, unde O este punctul de intersecție al dreptelor AC și BD. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor VO și OC.

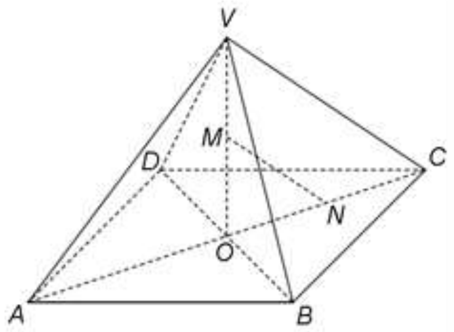


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 400cm^2.

5p **b)** Determinați măsura unghiului dreptelor MN și VA.

5p **c)** Demonstrați că distanța de la punctul M la planul (VBC) este egală cu $\frac{5\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 35

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	0	**5p**
2.	$1,25$	**5p**
3.	5	**5p**
4.	15	**5p**
5.	45	**5p**
6.	45	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează trapezul isoscel	**4p**
	Notează trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$	**1p**
2.	$(m-3)\cdot n^2=36$ și, cum m, n sunt numere naturale, obținem că $n^2\in\{1,4,9,36\}$, deci $n\in\{1,2,3,6\}$	**3p**
	Perechile (m,n) sunt $(4,6)$, $(7,3)$, $(12,2)$ sau $(39,1)$	**2p**
3.	Dacă a este numărul de mere rămase în coș după ce primii doi copii au luat mere, atunci $\frac{a}{2}+1=a$, deci $a=2$	**2p**
	Dacă b este numărul de mere rămase în coș după ce primul copil a luat mere, atunci $b-\left(\frac{b}{2}+1\right)=2$, deci $b=6$	**2p**
	Dacă c este numărul inițial de mere din coș, atunci $c-\left(\frac{c}{2}+1\right)=6$, deci $c=14$	**1p**
4.	**a)** $x=\sqrt{\frac{5}{2}}-\sqrt{\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{14}{4}}-\sqrt{\frac{10}{4}}+\sqrt{\frac{48}{8}}-\sqrt{\frac{28}{8}}=\sqrt{\frac{5}{2}}-\sqrt{\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{7}{2}}-\sqrt{\frac{5}{2}}+\sqrt{6}-\sqrt{\frac{7}{2}}=$	**3p**
	$=\sqrt{6}-\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$	**2p**
	b) $y=\left(\frac{3}{9}+\frac{2}{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)=\left(1+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)=2-1=1$	**3p**
	$N=2x^2y=2\cdot\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2\cdot 1=2\cdot\frac{3}{2}=3$, care este număr natural	**2p**
5.	$E(x)=2x^2-3x+2x-3+2\left(x^2-2x+1\right)-4\left(x^2-x+3x-3\right)=2x^2-x-3+2x^2-4x+2-4x^2-8x+12=$ $=-13x+11$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(m)\geq 24 \Leftrightarrow -13m+11\geq 24 \Leftrightarrow m\leq -1$, deci cel mai mare număr întreg m pentru care $E(m)\geq 24$ este $m=-1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $P_{\Delta ABC} = 3AB =$	**3p**
	$= 3 \cdot 16 = 48\text{cm}$	**2p**
	b) ΔAED este dreptunghic în E și N este mijlocul segmentului $AD \Rightarrow NA = NE = ND$ și ΔDEC este dreptunghic în E și M este mijlocul segmentului $DC \Rightarrow MD = ME = MC$	**2p**
	$ND = NE$, $MD = ME$ și MN latură comună $\Rightarrow \Delta NDM \equiv \Delta NEM$, deci $\sphericalangle NDM \equiv \sphericalangle NEM$ și, cum $ND \perp MD$, obținem că dreptele ME și NE sunt perpendiculare	**3p**
	c) ΔANE este isoscel și $m(\sphericalangle EAN) = 30° \Rightarrow m(\sphericalangle AEN) = 30°$ și, cum $m(\sphericalangle EAF) = 60°$, obținem că $m(\sphericalangle AFE) = 90° \Rightarrow \Delta AFN$ este dreptunghic cu $AN = 4\sqrt{3}\text{cm}$ și $m(\sphericalangle NAF) = 30°$, deci $NF = 2\sqrt{3}\text{cm}$ și $AF = 6\text{cm}$	**3p**
	$\mathcal{A}_{BDNF} = \mathcal{A}_{\Delta ABD} - \mathcal{A}_{\Delta AFN} = \frac{8 \cdot 8\sqrt{3}}{2} - \frac{6 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 26\sqrt{3}\text{cm}^2$	**2p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$	**3p**
	$= 20^2 = 400\text{cm}^2$	**2p**
	b) M și N sunt mijloacele segmentelor VO și OC, deci MN este linie mijlocie în ΔVOC, deci $MN \parallel VC$, de unde obținem că $m(\sphericalangle(MN, VA)) = m(\sphericalangle(VC, VA))$	**3p**
	$\Delta VOA \equiv \Delta VOC \Rightarrow VA = VC = 20\text{cm}$ și, cum $AC = 20\sqrt{2}\text{cm}$, obținem că $AC^2 = VA^2 + VC^2$, deci $m(\sphericalangle(VC, VA)) = m(\sphericalangle AVC) = 90°$	**2p**
	c) $VO \perp (ABC)$, $OP \perp BC$, unde P este mijlocul lui BC și $BC \subset (ABC) \Rightarrow VP \perp BC$ și, cum $OP \cap VP = \{P\}$, obținem $BC \perp (VOP) \Rightarrow BC \perp MQ$, unde $Q \in VP$ astfel încât $MQ \perp VP$	**2p**
	$MQ \perp VP$, $MQ \perp BC$ și $VP \cap BC = \{P\} \Rightarrow MQ \perp (VBC)$, deci $d(M, (VBC)) = MQ$ și, cum $VO = 10\sqrt{2}\text{cm}$, $VP = 10\sqrt{3}\text{cm}$ și $\Delta VMQ \sim \Delta VPO \Rightarrow \frac{VM}{VP} = \frac{MQ}{PO}$, obținem $MQ = \frac{5\sqrt{6}}{3}\text{cm}$	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 36

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $3\cdot 10-10$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Dintre numerele $2,(3)$ și $2,3$, mai mare este numărul $\dots$.

5p **3.** Dacă suma a două numere naturale consecutive este egală cu 11, atunci cel mai mic dintre numere este egal cu $\dots$.

5p **4.** Un triunghi dreptunghic isoscel are o catetă egală cu 6cm. Aria acestui triunghi este egală cu $\dots\ \text{cm}^2$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu muchia de 5cm. Lungimea segmentului AC este egală cu $\dots\text{cm}$.

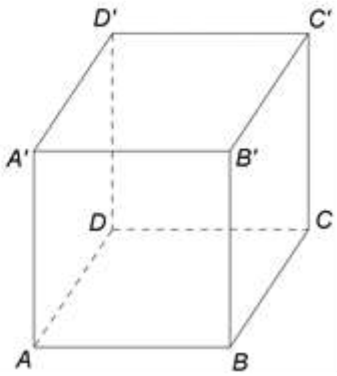


Figura 1

5p **6.** În tabelul următor sunt prezentate informații despre înălțimile jucătorilor din lotul unei echipe de baschet.

Înălțimea (în cm)	190 - 194	195 - 199	200 - 204	205 - 210
Nr. de jucători	4	3	3	2

Conform informațiilor din tabel, numărul jucătorilor din lot care au înălțimea mai mare sau egală cu 2m este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, un triunghi ABC dreptunghic în A.

5p **2.** Determinați cel mai mare număr natural de trei cifre distincte două câte două, care are suma cifrelor egală cu 20.

5p **3.** Un obiect s-a ieftinit cu 20% și apoi noul preț s-a mărit cu 20%. Ultimul preț este egal cu 288 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.

4. Se consideră numerele $x=\dfrac{2\sqrt{24}}{\sqrt{54}-\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{27}-\sqrt{6}\right)}\cdot\sqrt{2}$ și $y=\sqrt{147}\cdot\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{7}}\right)+\sqrt{28}\cdot\left(\dfrac{1}{\sqrt{7}}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

5p **a)** Arătați că $x=4$.

5p **b)** Calculați media geometrică a numerelor x și y.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x+1)^2+(x-3)^2-\left(7+x^2\right)$, unde x este număr real. Arătați că numărul natural $E(n)$ este multiplu de 8, pentru orice număr natural impar n.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AD \perp AB$, $AB \parallel CD$, $AB = 8\text{cm}$, $CD = 4\text{cm}$ și $AD = 4\sqrt{3}\text{cm}$. Punctul E este situat pe latura BC astfel încât ΔADE este echilateral.

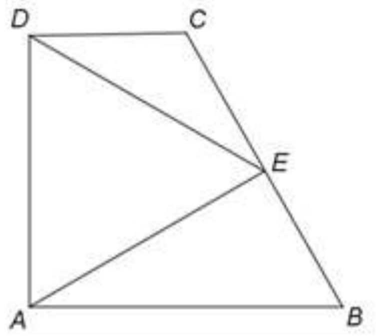


Figura 2

5p **a)** Arătați că aria trapezului $ABCD$ este egală cu $24\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p **b)** Arătați că perimetrul trapezului $ABCD$ este mai mic decât 27cm.

5p **c)** Demonstrați că punctul E este mijlocul laturii BC.

2. În *Figura 3* este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB = 20\text{cm}$ și punctele M și N, situate de aceeași parte a planului (ABC), astfel încât $MA \perp (ABC)$, $NC \perp (ABC)$, $MA = 30\text{cm}$ și $NC = 15\text{cm}$.

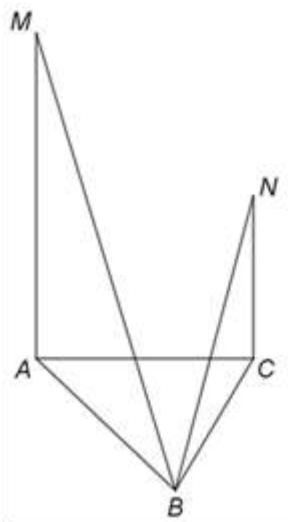


Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 60cm.

5p **b)** Demonstrați că dreapta MA este paralelă cu planul (NBC).

5p **c)** Determinați distanța de la punctul M la dreapta de intersecție a planelor (MNB) și (ABC).

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 36

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	20	**5p**
2.	$2,(3)$	**5p**
3.	5	**5p**
4.	18	**5p**
5.	$5\sqrt{2}$	**5p**
6.	5	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează triunghiul dreptunghic Notează triunghiul ABC dreptunghic în A	**4p** **1p**
2.	$a+b+c=20$ și, cum $\overline{abc}$ este cel mai mare număr natural de trei cifre distincte două câte două, obținem $a=9$ $b+c=11 \Rightarrow b=8$ și $c=3$, deci numărul este 983	**2p** **3p**
3.	$x-\frac{20}{100}\cdot x+\frac{20}{100}\left(x-\frac{20}{100}\cdot x\right)=288$, unde x este prețul inițial al obiectului $x=300$ de lei	**3p** **2p**
4.	**a)** $x=\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{54}-\sqrt{54}+2\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2}=\frac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2}=$ $=\frac{4\sqrt{12}}{2\sqrt{3}}=\frac{4\cdot 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=4$	**3p** **2p**
	b) $y=\sqrt{\frac{147}{3}}+\sqrt{\frac{147}{7}}+\sqrt{\frac{28}{7}}-\sqrt{\frac{28\cdot 3}{4}}=\sqrt{49}+\sqrt{21}+\sqrt{4}-\sqrt{21}=7+2=9$ $m_g=\sqrt{xy}=\sqrt{4\cdot 9}=6$	**3p** **2p**
5.	$E(x)=x^2+2x+1+x^2-6x+9-7-x^2=x^2-4x+3$, pentru orice număr real x Pentru $n=2k+1$, unde $k\in\mathbb{N}$, $E(2k+1)=(2k+1)^2-4(2k+1)+3=4k^2-4k=4k(k-1)$, și, cum $k(k-1)$ este număr natural par, obținem că $E(n)$ este multiplu de 8, pentru orice număr natural impar n	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD}=\frac{(AB+CD)\cdot AD}{2}=$ $=\frac{(8+4)\cdot 4\sqrt{3}}{2}=24\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**3p** **2p**

	b) $ADCM$ dreptunghi, unde $CM \perp AB$, $M \in AB \Rightarrow AM = CD = 4\text{cm}$ și $CM = AD = 4\sqrt{3}\text{cm}$ și, cum ΔBCM este dreptunghic, obținem $BC = 8\text{cm}$	**2p**
	$P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 20 + 4\sqrt{3}\text{cm}$ și, cum $4\sqrt{3} < 7 \Leftrightarrow \sqrt{48} < \sqrt{49}$, obținem că $P_{ABCD} < 27\text{cm}$	**3p**
	c) ΔADE este echilateral, deci $EF \perp AD$, unde F este mijlocul segmentului AD și, cum $AD \perp AB$, obținem că $EF \parallel AB$	**2p**
	$EF \parallel AB$ și F este mijlocul segmentului AD, deci EF este linie mijlocie în trapezul $ABCD$, de unde obținem că punctul E este mijlocul laturii BC	**3p**
2.	**a)** $P_{\Delta ABC} = 3AB =$	**3p**
	$= 3 \cdot 20 = 60\text{cm}$	**2p**
	b) $MA \perp (ABC)$ și $NC \perp (ABC) \Rightarrow MA \parallel NC$	**2p**
	$MA \parallel NC$ și $NC \subset (NBC)$, deci $MA \parallel (NBC)$	**3p**
	c) $(MNB) \cap (ABC) = BP$, unde P este punctul de intersecție a dreptelor MN și AC și, cum $MA \parallel NC \Rightarrow \Delta PCN \sim \Delta PAM$, deci $\frac{PC}{PA} = \frac{NC}{MA} = \frac{PN}{PM}$, de unde obținem $\frac{PC}{PA} = \frac{1}{2}$, deci C este mijlocul segmentului AP	**2p**
	$CA = CB = CP \Rightarrow \Delta ABP$ este dreptunghic $\Rightarrow AB \perp BP$ și, cum $MA \perp (ABC)$ și $BP \subset (ABC)$, obținem că $MB \perp BP$, deci $d(M, BP) = MB = \sqrt{MA^2 + AB^2} = 10\sqrt{13}\text{cm}$	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 37

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $20:2-10$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Dacă $a+2b=10$, atunci numărul $5a+10b$ este egal cu $\dots$.

5p **3.** Cel mai mare număr par din intervalul $[-2,6)$ este egal cu $\dots$.

5p **4.** Suplementul unghiului cu măsura de $135°$ are măsura de $\dots°$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=10\,\text{cm}$. Suma lungimilor tuturor muchiilor acestui cub este egală cu $\dots\text{cm}$.

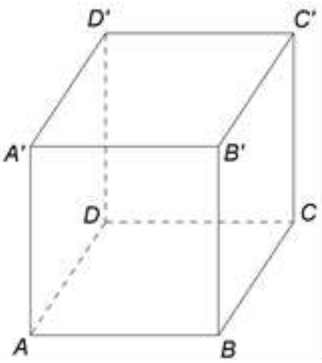


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos sunt prezentate informații referitoare la numărul de vizitatori ai unui muzeu în timpul unei săptămâni. Lunea, muzeul nu primește vizitatori.

Ziua	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Nr. vizitatori	200	100	150	200	300	250

Conform informațiilor din tabel, numărul total de vizitatori ai muzeului din acea săptămână este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un trapez dreptunghic $ABCD$ cu bazele AB, CD și $AD\perp AB$.

5p **2.** Media geometrică a numerelor naturale a și b este egală cu 6 și media geometrică a numerelor naturale a și c este egală cu 4. Determinați raportul numerelor b și c.

5p **3.** Radu a cules din grădina sa o cantitate de cireșe pe care și-a propus să o vândă cu 18 lei kilogramul pentru a obține o anumită sumă de bani. El a constatat că 10% din cantitatea de cireșe s-a deteriorat și nu o mai poate vinde. Determinați cu ce preț ar trebui să vândă acum Radu kilogramul de cireșe pentru a obține suma de bani pe care și-a propus-o inițial.

4. Se consideră numerele reale $a=(-3)^{25}:3^{22}+2^{40}:16^{9}+5$ și $b=\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{7}\right):\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{1}{72}$.

5p **a)** Arătați că $a=-6$.

5p **b)** Arătați că numărul $N=\frac{1}{b}-a$ este divizibil cu 9.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=\left(2x+\sqrt{2}\right)^2-\left(2x-\sqrt{6}\right)\left(2x+\sqrt{6}\right)-\sqrt{2}\left(3x+\sqrt{32}\right)$, unde x este număr real. Arătați că numărul $E\left(\sqrt{8}\right)$ este pătratul unui număr natural.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi ABC cu $BC = 25\text{cm}$ și punctele M și N situate pe laturile AC, respectiv AB, astfel încât $NM \parallel BC$, $NM = 10\text{cm}$, $BN = 9\text{cm}$ și $CM = 12\text{cm}$. Punctele D și E sunt mijloacele segmentelor BC, respectiv MN.

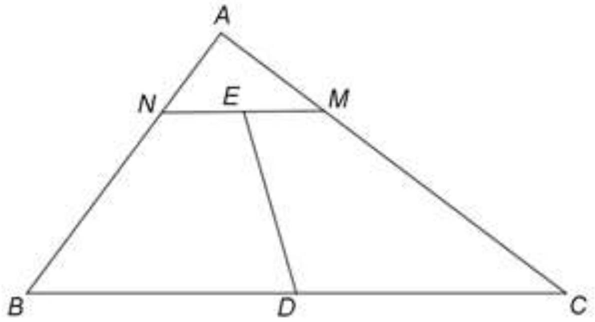


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul trapezului $BCMN$ este egal cu 56cm.

5p **b)** Demonstrați că triunghiul ABC este dreptunghic în A.

5p **c)** Calculați lungimea segmentului DE.

2. În *Figura 3* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu baza pătratul $ABCD$, $AB = 8\text{cm}$ și $AA' = 12\sqrt{2}\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD, iar punctul E este situat pe muchia AA' astfel încât $AE = 4\sqrt{2}\text{cm}$.

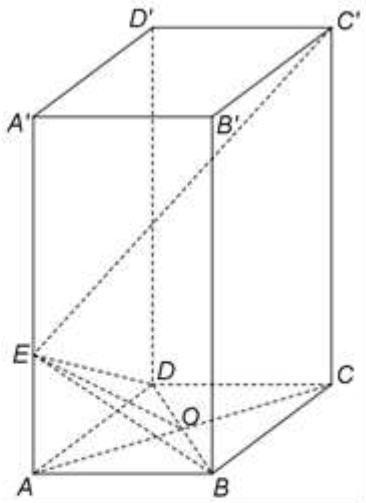


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria dreptunghiului $ABB'A'$ este egală cu $96\sqrt{2}\text{cm}^2$.

5p **b)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta EO și planul (ABC).

5p **c)** Demonstrați că dreapta $C'E$ este perpendiculară pe planul (BDE).

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 37

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	0	**5p**
2.	50	**5p**
3.	4	**5p**
4.	45	**5p**
5.	120	**5p**
6.	1200	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează trapezul dreptunghic	**4p**
	Notează trapezul dreptunghic $ABCD$ cu bazele AB, CD și $AD \perp AB$	**1p**
2.	$\sqrt{ab}=6 \Rightarrow ab=36$, $\sqrt{ac}=4 \Rightarrow ac=16$	**2p**
	$\frac{b}{c}=\frac{36}{16}=\frac{9}{4}$	**3p**
3.	$c\cdot 18=\frac{90}{100}\cdot c\cdot x$, unde x este prețul cu care ar trebui să vândă Radu kilogramul de cireșe și c este cantitatea inițială de cireșe, în kilograme	**3p**
	$x=20$ de lei	**2p**
4.	**a)** $a=-3^{25}:3^{22}+2^{40}:\left(2^4\right)^9+5=-3^3+2^{40}:2^{36}+5=-3^3+2^4+5=$	**3p**
	$=-27+16+5=-6$	**2p**
	b) $b=\frac{14-5}{35}:\frac{10+35-42}{70}\cdot\frac{1}{72}=\frac{9}{35}\cdot\frac{70}{3}\cdot\frac{1}{72}=\frac{3\cdot 2\cdot 1}{1\cdot 1\cdot 72}=\frac{1}{12}$	**3p**
	$N=12-(-6)=18$, care este divizibil cu 9	**2p**
5.	$E(x)=4x^2+4\sqrt{2}x+2-\left(4x^2-6\right)-3\sqrt{2}x-8=\sqrt{2}x$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E\left(\sqrt{8}\right)=\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=4=2^2$, care este pătratul unui număr natural	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $P_{BCMN}=BC+CM+MN+NB=$	**3p**
	$=25+12+10+9=56\text{cm}$	**2p**
	b) $NM \parallel BC \Rightarrow \Delta ANM \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{AN}{AB}=\frac{AM}{AC}=\frac{NM}{BC} \Rightarrow \frac{AN}{AN+9}=\frac{AM}{AM+12}=\frac{10}{25}$, de unde obținem că $AN=6\text{cm}$ și $AM=8\text{cm}$	**3p**
	$AM^2+AN^2=6^2+8^2=100=10^2=MN^2 \Rightarrow m(\sphericalangle MAN)=90°$, deci ΔABC este dreptunghic în A	**2p**

	c) $NF \parallel BD \Rightarrow \Delta ANF \sim \Delta ABD$, unde F este punctul de intersecție a dreptelor AD și NM, deci $\frac{AN}{AB}=\frac{NF}{BD}$, de unde obținem că $NF=5\text{cm} \Rightarrow$ punctele E și F coincid, deci punctele A, E și D sunt coliniare	**2p**
	AD este mediană în triunghiul dreptunghic ABC, deci $AD=\frac{BC}{2}=12{,}5\text{cm}$ și AE este mediană în triunghiul dreptunghic ANM, deci $AE=\frac{MN}{2}=5\text{cm} \Rightarrow DE=AD-AE=7{,}5\text{cm}$	**3p**
2.	**a)** $\mathcal{A}_{ABB'A'}=AB\cdot AA'=$	**3p**
	$=8\cdot 12\sqrt{2}=96\sqrt{2}\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) $EA\perp(ABC) \Rightarrow m(\sphericalangle(EO,(ABC)))=m(\sphericalangle(EO,AO))=m(\sphericalangle AOE)$	**2p**
	$EA\perp(ABC)$ și $AO\subset(ABC) \Rightarrow EA\perp AO$ și, cum $AE=AO=4\sqrt{2}\,\text{cm}$, obținem că ΔAOE este dreptunghic isoscel, deci $m(\sphericalangle AOE)=45°$	**3p**
	c) $ABCD$ pătrat, deci $BD\perp AC$ și $AA'\perp(ABC)$, $BD\subset(ABC) \Rightarrow AA'\perp BD$ și, cum $AA'\cap AC=\{A\} \Rightarrow BD\perp(ACA')$, deci $BD\perp C'E$	**2p**
	$m(\sphericalangle AEO)=45°$ și $\Delta A'EC'$ dreptunghic cu $A'E=A'C'=8\sqrt{2}\,\text{cm} \Rightarrow m(\sphericalangle A'EC')=45°$, deci, cum A, E, A', C' și O sunt coplanare $\Rightarrow m(\sphericalangle C'EO)=180°-m(\sphericalangle AEO)-m(\sphericalangle A'EC')=$ $=90°$, deci $C'E\perp EO$	**2p**
	$C'E\perp BD$, $C'E\perp EO$ și $BD\cap EO=\{O\}$, deci $C'E\perp(BDE)$	**1p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 38

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $8-16:2$ este egal cu $\dots$.
5p **2.** Un obiect costă 30 de lei. După o reducere a prețului cu 50%, prețul obiectului este de $\dots$ lei.
5p **3.** Cel mai mare număr natural din intervalul $[-3,4)$ este egal cu $\dots$.
5p **4.** Rombul $ABCD$ are $AB=2\sqrt{2}\,\text{cm}$. Perimetrul acestui romb este egal cu $\dots\text{cm}$.
5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o prismă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghi echilateral, $AB=10\,\text{cm}$ și $AA'=5\,\text{cm}$. Suma lungimilor tuturor muchiilor acestei prisme egală cu $\dots\text{cm}$.

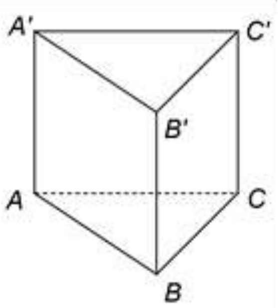


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos sunt prezentate informații despre numărul de kilograme de roșii vândute de un producător, în fiecare dintre zilele unei săptămâni. Prețul unui kilogram de roșii a fost de 5 lei.

Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Nr. de kg de roșii vândute	40	45	60	55	45	55	70

Conform informațiilor din tabel, suma de bani încasată de producător pentru roșiile vândute în această săptămână este egală cu $\dots$ de lei.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, un trapez dreptunghic $ABCD$ cu baza mare AB și unghiul A drept.
5p **2.** Determinați cel mai mic număr natural de trei cifre care se divide cu 2, cu 3 și cu 5.
5p **3.** După ce a parcurs două treimi dintr-un traseu, Alex constată că mai are de parcurs cu $5\,\text{km}$ mai puțin decât distanța deja parcursă. Determinați lungimea traseului.

4. Se consideră numerele reale $a=\frac{2}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{8}+\frac{3}{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{27}$ și $b=\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}-2\right)^2-2\left(\sqrt{15}-2\sqrt{5}\right)+\sqrt{48}+1$.

5p **a)** Arătați că $a=13$.
5p **b)** Arătați că media aritmetică a numerelor a și b este egală cu b.
5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x+1)^2-3(x+1)^2-(x-1)(x+1)+6(x-1)$, unde x este număr real. Determinați numerele naturale n pentru care $E(n)\le -1$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AB=6$ cm și $BD=6$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB, respectiv CD.

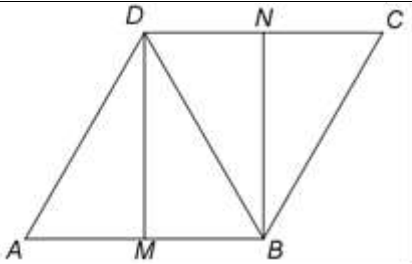


Figura 2

5p **a)** Arătați că lungimea segmentului AC este egală cu $6\sqrt{3}\,\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că segmentele BD și MN sunt congruente.

5p **c)** Știind că aria triunghiului BNC reprezintă $p\%$ din aria triunghiului ABE, unde E este punctul de intersecție a dreptelor AD și BN, determinați numărul natural p.

2. În *Figura 3* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 30\,\text{cm}$. Punctul M este mijlocul laturii AB și punctul N este situat pe latura DD' astfel încât $DN = \frac{2}{3}DD'$.

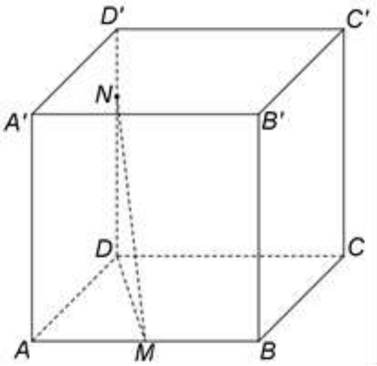


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu $900\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că distanța de la punctul A la planul (MDN) este egală cu $6\sqrt{5}\,\text{cm}$.

5p **c)** Arătați că tangenta unghiului dintre dreapta MN și planul (ADD') este egală cu $\frac{3\sqrt{13}}{26}$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 38

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	0	**5p**
2.	15	**5p**
3.	3	**5p**
4.	$8\sqrt{2}$	**5p**
5.	75	**5p**
6.	1850	**5p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	Desenează trapezul dreptunghic	**4p**
	Notează trapezul dreptunghic $ABCD$ cu baza mare AB și unghiul A drept	**1p**
2.	$\overline{abc}$ se divide cu 2 și cu 5, deci $c=0$	**2p**
	Cum $\overline{ab0}$ este cel mai mic număr natural care se divide cu 3, deci $a+b=3$, obținem numărul 120	**3p**
3.	$\frac{2}{3}\cdot x+\frac{2}{3}\cdot x-5=x$, unde x este lungimea traseului	**3p**
	$x=15\text{km}$	**2p**
4.	**a)** $a=\frac{2}{\sqrt{2}}\cdot 2\sqrt{2}+\frac{3}{\sqrt{3}}\cdot 3\sqrt{3}=$	**3p**
	$=4+9=13$	**2p**
	b) $b=5+3+4+2\sqrt{15}-4\sqrt{5}-4\sqrt{3}-2\sqrt{15}+4\sqrt{5}+4\sqrt{3}+1=13$	**3p**
	$m_a=\frac{a+b}{2}=\frac{13+13}{2}=13=b$	**2p**
5.	$E(x)=4x^2+4x+1-3x^2-6x-3-x^2+1+6x-6=4x-7$	**3p**
	$E(n)=4n-7$, deci $4n-7\le -1\Rightarrow 4n\le 6$ și, cum n este număr natural, obținem $n=0$ sau $n=1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	**a)** $ABCD$ este romb, deci O este mijlocul segmentelor AC și BD, unde $\{O\}=AC\cap BD$	**2p**
	$AB=AD=BD\Rightarrow \Delta ABD$ echilateral $\Rightarrow AO=3\sqrt{3}$ cm, de unde obținem $AC=2AO=6\sqrt{3}$ cm	**3p**
	b) ΔABD echilateral și M este mijlocul segmentului AB, deci $DM\perp AB$ și $BM=\frac{AB}{2}$	**2p**
	N este mijlocul segmentului CD, deci $DN=\frac{CD}{2}$ și, cum $AB\parallel CD$ și $AB=CD$, obținem $BM\parallel DN$, $BM=DN$ și $DM\perp MB\Rightarrow BNDM$ dreptunghi, deci segmentele BD și MN sunt congruente	**3p**

	c) $DN \parallel AB \Rightarrow \Delta EDN \sim \Delta EAB$ și, cum $DN = \frac{AB}{2}$, obținem că $BE = 2BN$	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta BNC} = \frac{BN \cdot NC}{2} = \frac{1}{4} \cdot BN \cdot AB$ și $\mathcal{A}_{\Delta ABE} = \frac{AB \cdot BE}{2} = AB \cdot BN$, deci $\mathcal{A}_{\Delta BNC} = \frac{1}{4}\mathcal{A}_{\Delta ABE}$ și, cum $\mathcal{A}_{\Delta BNC} = \frac{p}{100}\mathcal{A}_{\Delta ABE}$, obținem $p = 25$	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$	**3p**
	$= 30^2 = 900\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) $ND \perp (ABC)$ și $AP \subset (ABC) \Rightarrow ND \perp AP$, unde $AP \perp DM$, $P \in DM$ și, cum $ND \cap DM = \{D\}$, obținem că $AP \perp (MDN)$, deci $d(A,(MDN)) = AP$	**2p**
	ΔADM este dreptunghic, $AM = 15\,\text{cm}$ și $DM = \sqrt{AD^2 + AM^2} = 15\sqrt{5}\,\text{cm}$, de unde obținem $AP = \frac{AD \cdot AM}{DM} = 6\sqrt{5}\,\text{cm}$	**3p**
	c) $MA \perp (ADD') \Rightarrow m(\sphericalangle(MN,(ADD'))) = m(\sphericalangle(MN,NA)) = m(\sphericalangle MNA)$ și, cum $MA \perp AN$, obținem că $\operatorname{tg}(\sphericalangle MNA) = \frac{AM}{AN}$	**3p**
	$DN = 20\,\text{cm}$, $AD = 30\,\text{cm} \Rightarrow AN = 10\sqrt{13}\,\text{cm}$, deci $\operatorname{tg}(\sphericalangle MNA) = \frac{3\sqrt{13}}{26}$	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 39

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $35-5\cdot 6$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Cel mai mic multiplu comun al numerelor 6 și 9 este egal cu $\dots$.

5p **3.** Cel mai mic număr întreg din intervalul $(-5,4)$ este egal cu $\dots$.

5p **4.** Măsurile a două unghiuri ale unui triunghi sunt egale cu $60°$, respectiv $30°$. Măsura celui de-al treilea unghi al triunghiului este egală cu $\dots°$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu $VO \perp (ABC)$. Unghiul dreptelor AB și VO are măsura de $\dots°$.

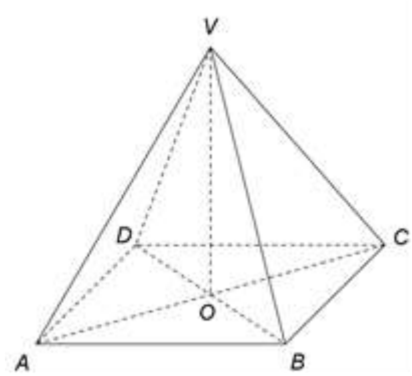
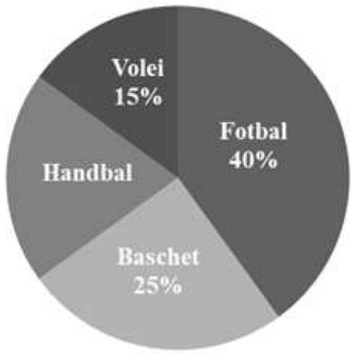


Figura 1

5p **6.** În diagrama următoare este reprezentată distribuția celor 80 de elevi ai unui club sportiv în funcție de sportul practicat. Fiecare elev practică în cadrul clubului un singur sport.



Conform informațiilor din diagramă, numărul elevilor care practică handbalul este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un cub $ABCDA'B'C'D'$.

5p **2.** Determinați numerele naturale nenule m și n, știind că $\frac{m}{n}=\frac{2}{3}$ și $(n+m)(n-m)=180$.

5p **3.** Ana și Mihai au împreună 214 lei. Determinaţi ce sumă de bani are Ana, știind că Mihai are cu 20 de lei mai mult decât Ana.

4. Se consideră numerele reale $x=\left(\frac{4}{\sqrt{2}}+\frac{6}{\sqrt{18}}-\frac{10}{\sqrt{50}}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$ și $y=\left(3+\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{2}^4$.

5p **a)** Arătați că $x=2$.

5p **b)** Determinați cel mai mic număr natural n pentru care numărul $N=n\cdot x\cdot y$ este pătratul unui număr natural nenul.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x+3)^2-(2-x)(2+x)-5x^2-12x$, unde x este număr real. Determinați numerele întregi n pentru care numărul $\frac{E(n)}{n^2+1}$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* sunt reprezentate triunghiurile dreptunghice isoscele ABC, CDF și DEF, cu ipotenuzele BC, DF, respectiv EF. Punctul F este mijlocul segmentului BC şi $AB = 24$ cm.

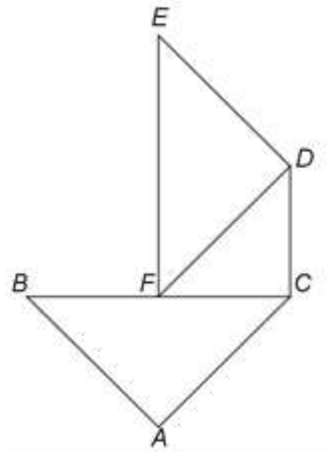


Figura 2

5p **a)** Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $24\left(2+\sqrt{2}\right)$ cm.

5p **b)** Calculați lungimea segmentului BE.

5p **c)** Demonstrați că patrulaterul $ACDE$ este trapez isoscel.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă triunghiulară $VABC$ cu triunghiul ABC echilateral, $AB = 20$ cm, $VA = 30$ cm și $VO \perp (ABC)$, unde O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor AB, respectiv BC, iar punctul P este situat pe muchia CV astfel încât $VP = 10$ cm.

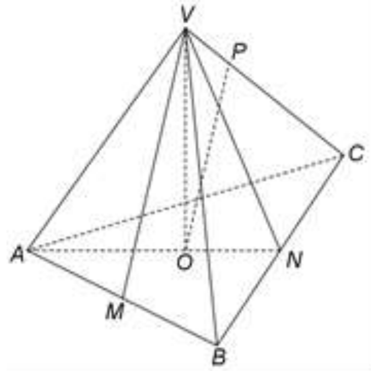


Figura 3

5p **a)** Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu $100\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că dreapta PO este paralelă cu planul (VMN).

5p **c)** Determinați cosinusul unghiului dreptelor AC și VM.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 39

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	5	**5p**
2.	18	**5p**
3.	–4	**5p**
4.	90	**5p**
5.	90	**5p**
6.	16	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează cubul Notează cubul $ABCDA'B'C'D'$	**4p** **1p**
2.	$\frac{m}{n}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{m}{2}=\frac{n}{3}=k$, unde k este număr raţional pozitiv, deci $m=2k$ şi $n=3k$, de unde obţinem $(n+m)(n-m)=180\Leftrightarrow 5k\cdot k=180\Leftrightarrow k^2=36$	**3p**
	Cum k este număr raţional pozitiv, obţinem $k=6$, deci $m=12$ şi $n=18$	**2p**
3.	$x+(x+20)=214$, unde x este suma de bani pe care o are Ana	**3p**
	$x=97$ de lei	**2p**
4.	**a)** $x=\left(\frac{4}{\sqrt{2}}+\frac{6}{3\sqrt{2}}-\frac{10}{5\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{60+30-30}{15\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=$	**3p**
	$=\frac{60}{15\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{4}{2}=2$	**2p**
	b) $y=9+6\sqrt{2}+2+6-2\sqrt{18}+3-4=16+6\sqrt{2}-6\sqrt{2}=16$	**3p**
	$N=n\cdot x\cdot y=n\cdot 2\cdot 16$, deci cel mai mic număr natural n pentru care N este pătratul unui număr natural nenul este $n=2$	**2p**
5.	$E(x)=4x^2+12x+9-\left(4-x^2\right)-5x^2-12x=-x^2+9-4+x^2=5$, pentru orice număr real x	**3p**
	Cum n este număr întreg, $\frac{E(n)}{n^2+1}\in\mathbb{Z}\Rightarrow n^2+1\in\{1,5\}$, de unde obţinem $n=-2$, $n=0$ sau $n=2$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** ΔABC este dreptunghic isoscel cu $AB=24$ cm, deci $AC=24$ cm şi $BC=24\sqrt{2}$ cm	**3p**
	$P_{\Delta ABC}=AB+BC+AC=48+24\sqrt{2}=24\left(2+\sqrt{2}\right)$cm	**2p**

	b) ΔCDF este dreptunghic isoscel $\Rightarrow m(\sphericalangle CFD)=45°$ și ΔDEF este dreptunghic isoscel $\Rightarrow m(\sphericalangle DFE)=45°$, deci $m(\sphericalangle CFE)=m(\sphericalangle CFD)+m(\sphericalangle DFE)=90° \Rightarrow EF\perp BF$	**2p**
	F este mijlocul segmentului $BC \Rightarrow BF=CF=12\sqrt{2}$ cm și ΔCDF este dreptunghic isoscel, deci $DF=24$ cm și, cum ΔDEF este dreptunghic isoscel, obținem $EF=24\sqrt{2}$ cm, deci, cum ΔBEF este dreptunghic, $BE=\sqrt{EF^2+BF^2}=12\sqrt{10}$ cm	**3p**
	c) ΔABC este isoscel și F este mijlocul laturii $BC \Rightarrow AF\perp BC$ și, cum $EF\perp BC$, obținem că punctele A, F și E sunt coliniare	**2p**
	$EF\perp BC$ și $DC\perp BC \Rightarrow AE \parallel DC$ și, cum $AC=DE=24$ cm, obținem că $ACDE$ este trapez isoscel	**3p**
2.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}=$	**3p**
	$=\dfrac{400\sqrt{3}}{4}=100\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) $VO\perp(ABC) \Rightarrow VO\perp OA$, $VO\perp OC$ și O este centrul centrului circumscris ΔABC, deci $OA=OC$ și, cum VO este latură comună, obținem că $\Delta VOA\equiv\Delta VOC$, deci $CV=30$cm și, cum $VP=10$cm, obținem că $\dfrac{CP}{CV}=\dfrac{2}{3}$	**2p**
	ΔABC este echilateral, O este centrul centrului circumscris ΔABC și M este mijlocul segmentului AB, deci C, O și M sunt coliniare și $\dfrac{CO}{CM}=\dfrac{2}{3}=\dfrac{CP}{CV} \Rightarrow PO \parallel VM$ și, cum $VM\subset(VMN)$, obținem că $PO \parallel (VMN)$	**3p**
	c) MN linie mijlocie în $\Delta ABC \Rightarrow MN \parallel AC \Rightarrow m(\sphericalangle(AC,VM))=m(\sphericalangle(MN,VM))=m(\sphericalangle VMN)$	**2p**
	$VM=VN=20\sqrt{2}$ cm $\Rightarrow \Delta VMN$ este isoscel $\Rightarrow VQ\perp MN$, unde Q este mijlocul segmentului MN, de unde obținem $\cos(\sphericalangle VMN)=\dfrac{MQ}{VM}=\dfrac{5}{20\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{8}$	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 40

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $50-5\cdot 9$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Cinci caiete de același fel costă 20 de lei. Trei astfel de caiete costă $\dots$ lei.

5p **3.** Cel mai mic număr natural de două cifre, divizibil cu 3 este $\dots$.

5p **4.** Bisectoarea unui unghi drept formează cu una din laturile unghiului un unghi cu măsura de $\dots^\circ$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDEFGH$ cu latura de $30\,\text{cm}$. Lungimea segmentului EG este egală cu $\dots\text{cm}$.

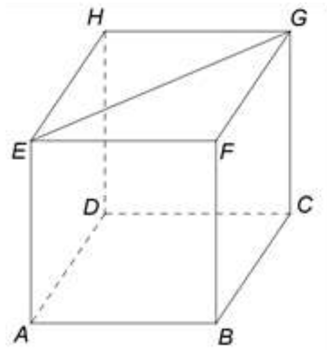
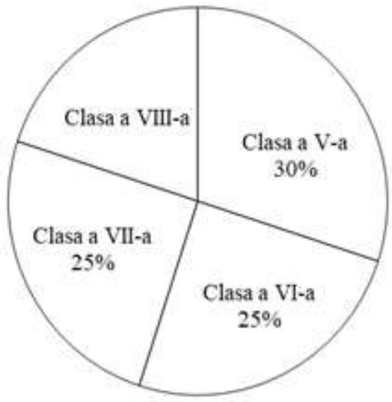


Figura 1

5p **6.** Într-o școală, în clasele de gimnaziu, învață 600 de elevi. În diagrama de mai jos este prezentată repartiția procentuală, pe clase, a elevilor din acea școală.



Conform informațiilor din diagramă, numărul de elevi din clasa a VIII-a care învață la această școală este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$ și $AB > CD$.

5p **2.** Numerele naturale a și b sunt direct proporționale cu 2 și 6, iar numerele naturale b și c sunt invers proporționale cu 5 și 3. Determinați numerele naturale a, b și c, știind că $a\cdot b\cdot c=960$.

5p **3.** Într-o săptămână, la un muzeu, s-au vândut 300 de bilete de intrare, dintre care 60% au fost pentru copii și restul pentru adulți. Știind că biletul pentru un adult costă 20 de lei și biletul pentru un copil costă jumătate din prețul biletului pentru un adult, calculați suma încasată de acest muzeu, în acea săptămână, din vânzarea biletelor de intrare.

4. Se consideră $x=\left(\frac{15}{\sqrt{75}}+\frac{18}{\sqrt{108}}+\frac{33}{\sqrt{363}}\right)\cdot 5\sqrt{3}$ și $y=2\left(\sqrt{11}-3\right)\left(3\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{11}+3\right)\left(3\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$, numere reale.

5p **a)** Arătați că $x=45$.

5p **b)** Știind că numărul x reprezintă $p\%$ din numărul y, determinați numărul natural p.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(3x+5)^2-9(x+1)^2-12(x+1)$, unde x este număr real. Arătați că $\left(E(x)-2\right)\left(E(x)-2^2\right)\cdot\ldots\cdot\left(E(x)-2^{2020}\right)=0$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AB=12\text{cm}$, $m(\sphericalangle BAD)=45°$ și pătratul $BCMN$ situat în exteriorul rombului $ABCD$.

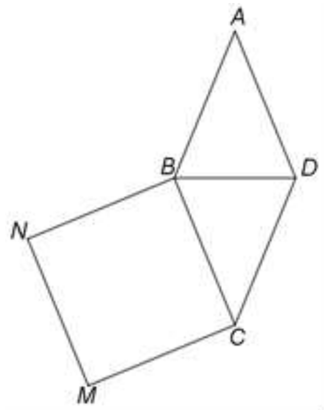


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul pătratului $BCMN$ este egal cu 48cm.

5p **b)** Demonstrați că dreptele AM și DC sunt paralele.

5p **c)** Arătați că aria triunghiului ANC este egală cu $72\left(\sqrt{2}+1\right)\text{cm}^2$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB=30\text{cm}$, $BC=40\text{cm}$ și $MD\perp(ABC)$ astfel încât $MD=24\text{cm}$. Punctele E și F sunt situate pe segmentul AB astfel încât $AE=EF=FB$ și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD.

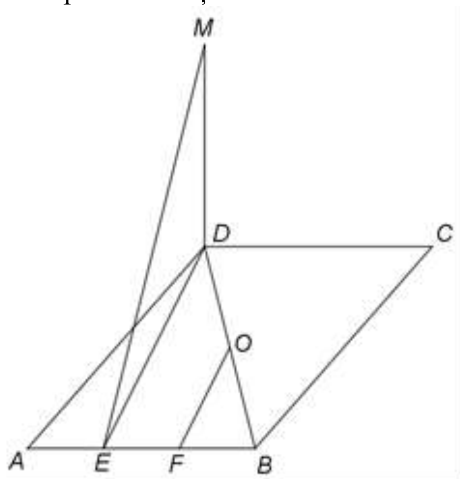


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 1200cm^2.

5p **b)** Demonstrați că dreapta OF este paralelă cu planul (MDE).

5p **c)** Arătați că distanța de la punctul M la dreapta AC este egală cu $24\sqrt{2}\text{cm}$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 40

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	5	**5p**
2.	12	**5p**
3.	12	**5p**
4.	45	**5p**
5.	$30\sqrt{2}$	**5p**
6.	120	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează trapezul isoscel Notează trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$ și $AB > CD$	**4p** **1p**
2.	$\frac{a}{2} = \frac{b}{6}$ și $5b = 3c$, deci $b = 3a$ și $c = 5a$, de unde obținem $a \cdot 3a \cdot 5a = 960 \Leftrightarrow a^3 = 64$, deci $a = 4$	**3p**
	$b = 12$, $c = 20$	**2p**
3.	S-au vândut $\frac{60}{100} \cdot 300 = 180$ de bilete pentru copii și $300 - 180 = 120$ de bilete pentru adulți	**2p**
	Din vânzarea biletelor de intrare s-au încasat $180 \cdot \frac{1}{2} \cdot 20 + 120 \cdot 20 = 4200$ de lei	**3p**
4.	**a)** $x = \left(\frac{15}{5\sqrt{3}} + \frac{18}{6\sqrt{3}} + \frac{33}{11\sqrt{3}}\right) \cdot 5\sqrt{3} = \left(\frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{3}}\right) \cdot 5\sqrt{3} =$	**3p**
	$= \frac{9}{\sqrt{3}} \cdot 5\sqrt{3} = 45$	**2p**
	b) $y = 2\left(\sqrt{11} - 3\right)\left(\sqrt{11} + 3\right)\left(3\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)\left(3\sqrt{2} - \sqrt{3}\right) = 2(11 - 9)(18 - 3) = 2 \cdot 2 \cdot 15 = 60$	**3p**
	$\frac{p}{100} \cdot y = x \Leftrightarrow \frac{p}{100} \cdot 60 = 45 \Leftrightarrow p = 75$	**2p**
5.	$E(x) = 9x^2 + 30x + 25 - 9x^2 - 18x - 9 - 12x - 12 = 4$, pentru orice număr real x	**3p**
	Cum $E(x) - 2^2 = 0$, obținem $\left(E(x) - 2\right)\left(E(x) - 2^2\right) \cdot \ldots \cdot \left(E(x) - 2^{2020}\right) = 0$, pentru orice număr real x	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ este romb, deci $BC = AB = 12\text{cm}$	**3p**
	$P_{ABCD} = 4BC = 4 \cdot 12 = 48\text{cm}$	**2p**

	b) $ABCD$ este romb $\Rightarrow \sphericalangle BAD \equiv \sphericalangle BCD$, deci $m(\sphericalangle BCD) = 45°$ și, cum $BCMN$ este pătrat și $m(\sphericalangle CBM) = 45°$, obținem $\sphericalangle CBM \equiv \sphericalangle BCD$; cum $\sphericalangle CBM$ și $\sphericalangle BCD$ sunt alterne interne, obținem $BM \parallel DC$	**3p**
	$ABCD$ romb $\Rightarrow AB \parallel CD$ și, cum $BM \parallel DC$, obținem că punctele A, B și M sunt coliniare, deci $AM \parallel DC$	**2p**
	c) $BCMN$ este pătrat, deci $BO \perp NC$, unde $\{O\} = BM \cap NC$ și, cum A, B și M sunt coliniare, obținem $AO \perp NC$	**2p**
	$AO = AB + BO$, $BO = \dfrac{CN}{2} = 6\sqrt{2}\text{cm} \Rightarrow \mathcal{A}_{\Delta AMC} = \dfrac{AO \cdot NC}{2} = \dfrac{(12+6\sqrt{2}) \cdot 12\sqrt{2}}{2} = 72(\sqrt{2}+1)\text{cm}^2$	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ este dreptunghi, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot BC =$	**3p**
	$= 30 \cdot 40 = 1200\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) $AE = EF = FB$, deci $\dfrac{BF}{BE} = \dfrac{1}{2}$ și, cum $\dfrac{BO}{BD} = \dfrac{1}{2}$, obținem $\dfrac{BF}{BE} = \dfrac{BO}{BD} \Rightarrow OF \parallel DE$	**3p**
	$OF \parallel DE$ și $DE \subset (MDE)$, deci $OF \parallel (MDE)$	**2p**
	c) $MD \perp (ABC)$, deci, pentru $DN \perp AC$, $N \in AC$, cum $AC \subset (ABC)$, obținem $MN \perp AC$, deci $d(M, AC) = MN$	**2p**
	ΔADC este dreptunghic, deci $AC = 50\,\text{cm}$ și $DN \perp AC$, deci $DN = \dfrac{AD \cdot DC}{AC} = 24\,\text{cm}$ și, cum ΔMDN este dreptunghic isoscel, obținem $MN = 24\sqrt{2}\,\text{cm}$	**3p**